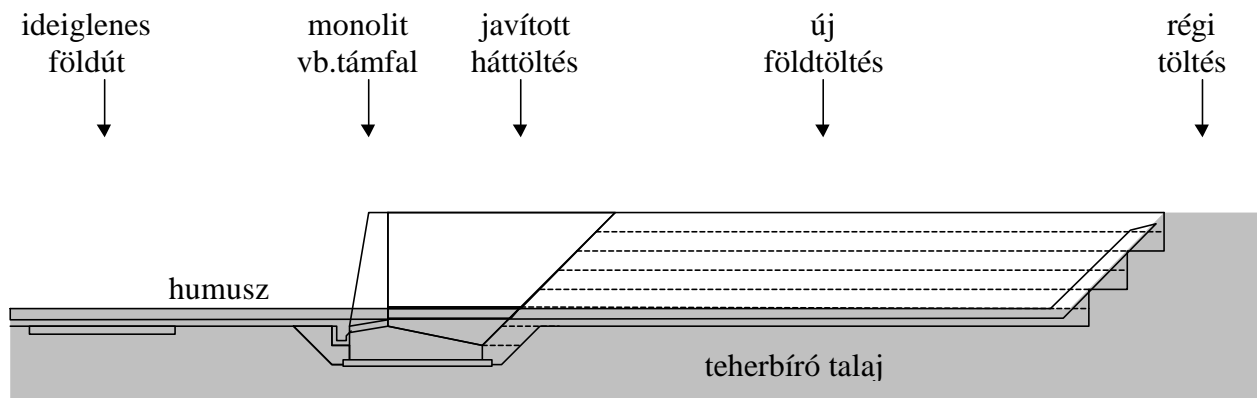


VÁLLALKOZÁS

(tervezés - bonyolítás - változásmenedzsment)



Tevékenység				Munkanap																					
Sz	Megnevezés	Idő	Erőf.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
1	Humusz leszedés	2 n	1 dózer	█																					
2	Töltés lépcsőzés	4 n	10 ém		█	█	█	█																	
3	Tereprendezés	1 n	1 gréder				█																		
4	Munkagödör	2 n	1 kotró					█	█																
5	Szerelőbeton	3 n	5 ém						█	█	█														
6	Zsaluzás	3 n	2 ács							█	█	█													
7	Beton vasszerelés	5 n	4 vassz.								█	█	█	█	█										

$$\mathbf{T} = f (\mathcal{S}, \$, \mathbf{l}, \mathbf{m}, \mathbf{p} \dots)$$

\mathcal{S} : szabályozás

$\$$: finanszírozás

\mathbf{l} : elhelyezkedés

\mathbf{m} : technológia

\mathbf{p} : időszak

GRÁF

(Gráf-technikai alapfogalmak)

A "modell" szempontjából :

Jól beazonosított összetevők és a közöttük páronként feltárt összefüggések. ...

összetevők :

- alkotórészek
- fázisok / állapotok
- folyamatok

:

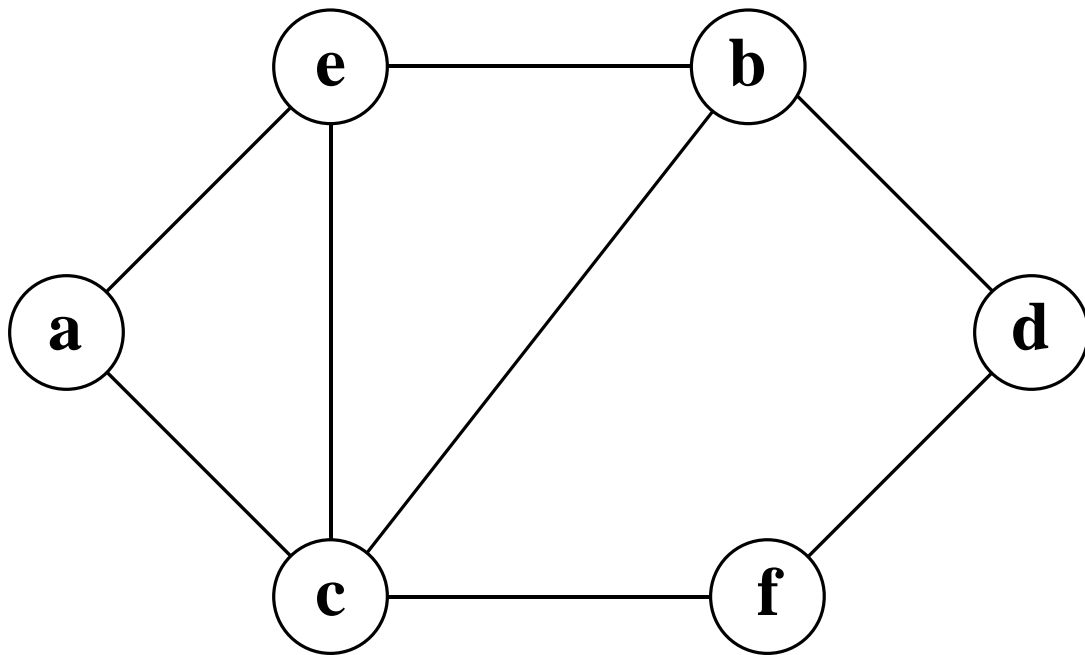
összefüggések :

- kapcsolódások
- ok-okozati viszonyok
- sorrendiség

:

Matematikailag :

Csomópontok és élek rendezett halmaza.
Él : összerendelt **csomópontpár** ...



Ponthalmaz ($N = \text{"node"} = \text{csomópont}$)

$$N = \{ a, b, c, d, e, f \}$$

Élhalmoz ($E = \text{"edge"} = \text{él}$)

$$E = [\{a,c\}, \{a,e\}, \{b,c\}, \{b,d\}, \\ \{b,e\}, \{c,e\}, \{c,f\}, \{d,f\}]$$

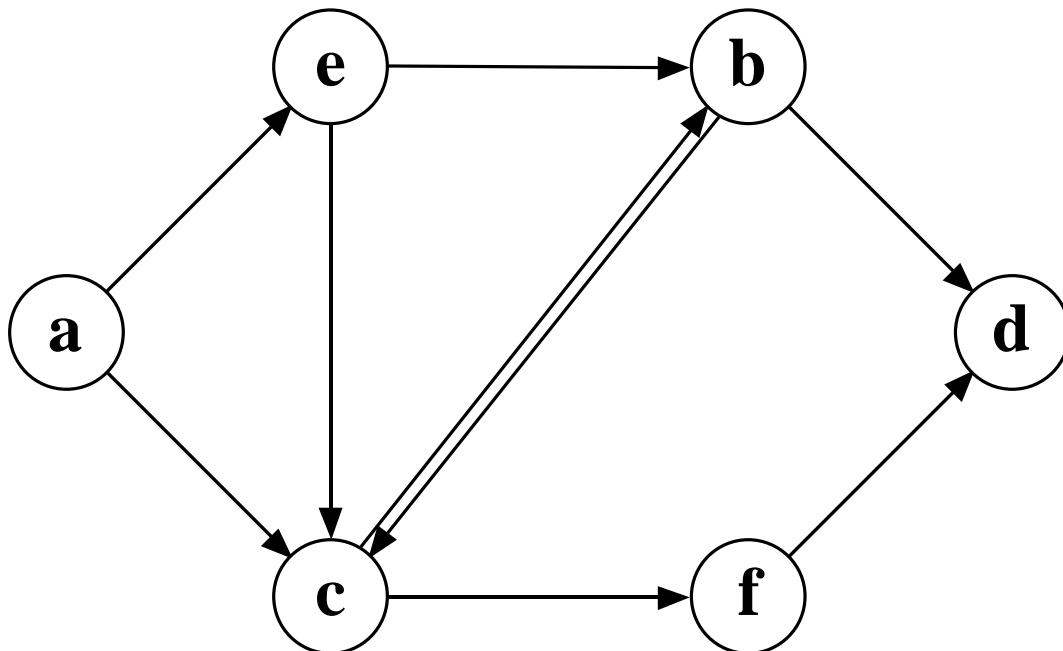
Gráf ($G = \text{"graph"} = \text{"gráf"} @ \text{grafika}$)

$$G = [N, E]$$

Irányított él ($A = \text{"arrow"} = \text{nyíl}$)

Az összerendelt $\{ i, j \}$ csomópontok között csak egyik irányban, pl. "i" -ből "j" -be értelmezünk kapcsolatot.

(A csomópontok sorrendje az irányultságot is mutatja. Pl: $(i, j), \dots (a, e), \dots$)



$$N = \{ a, b, c, d, e, f \}$$

$$A = \{ (a,c), (a,e), (b,c), (b,d), \\ (c,b), (c,f), (e,b), (e,c), (f,d) \}$$

$$G = [N, A]$$

Irányított Gráf :

("DiGráf" = "Directed Graph" = irányított gráf)

"Olyan gráf, melynek valamennyi éle irányított"

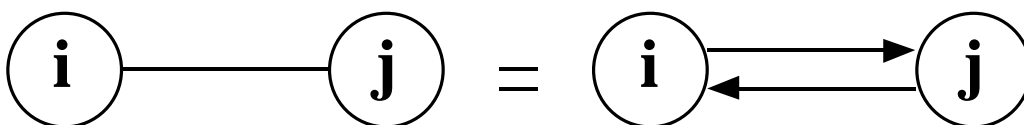
(*Implicite: két csomópont között csak egyetlen - irányított - él van megengedve*)

Megjegyzés :

Minden "nem irányított gráf" kezelhető irányított gráfként, hiszen bármely nem irányított él helyettesíthető ugyanazon két összerendelt csomópont között kettő darab ellentétes irányú irányított éllel

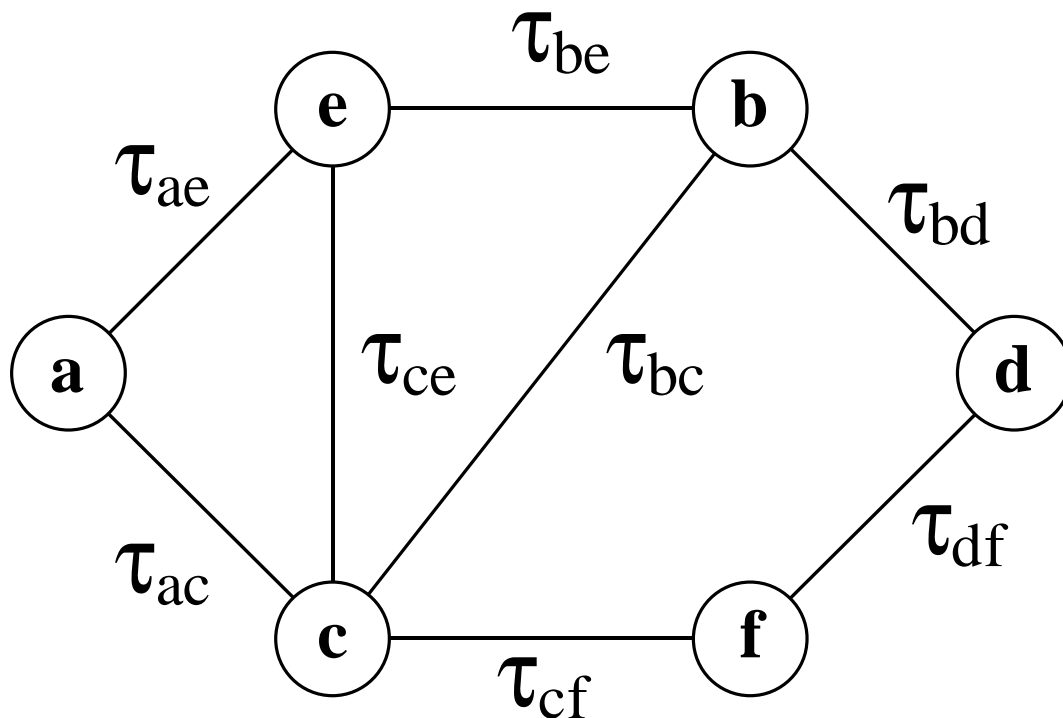
$$\{ i, j \} = \{ (i, j), (j, i) \}$$

(*Két csomópont között több irányított él létét is megengedhetjük*)



Súlyozott Gráf

A csomópontokon és/vagy az éleken kvantitatív jellemzőket, ú.n. "súlyszámokat" értelmezünk



$$N = \{ a, b, c, d, e, f \}$$

$$E = [\{ a, c, \tau_{ac} \}, \{ a, e, \tau_{ae} \}, \{ b, c, \tau_{bc} \}, \{ b, d, \tau_{bd} \}, \\ \{ b, e, \tau_{be} \}, \{ c, e, \tau_{ce} \}, \{ c, f, \tau_{cf} \}, \{ d, f, \tau_{df} \}]$$

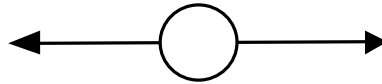
$$G = [N, E, \tau]$$

(*Irányított Gráfnál hasonlóan : $G = [N, A, \mathbf{t}]$)*

Irányított gráfok alapfogalmai

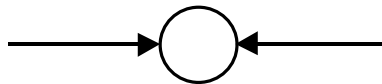
Forrás :

Csomópont, mely legalább egy élnek kezdőpontja, de egyetlen élnek sem végpontja



Nyelő :

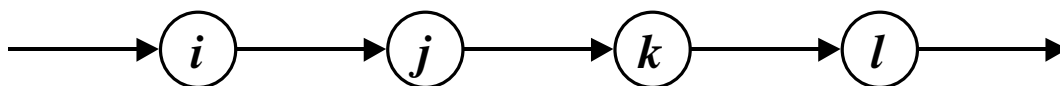
Csomópont, mely legalább egy élnek végpontja, de egyetlen élnek sem kezdőpontja



Út : ("P" = "Path" = út/ösvény)

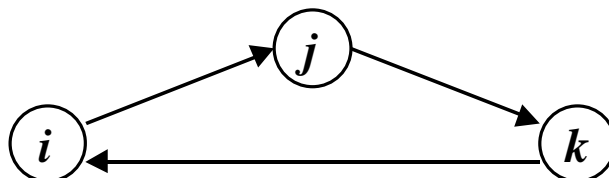
Irányított élek (hurokmentes) nyílfolytonos láncolata

Azonosításuk az érintett csomópontok felsorolásával. pl.: $P[i,l] = \{ i, j, k, l \}$



Hurok :

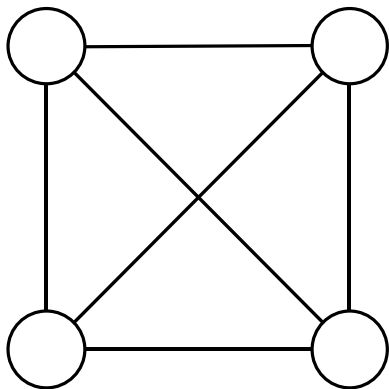
Út, melynek kezdő- és végpontja azonos
Önmagába záródó út. pl.: $P[i,i] = \{ i, j, k, i \}$



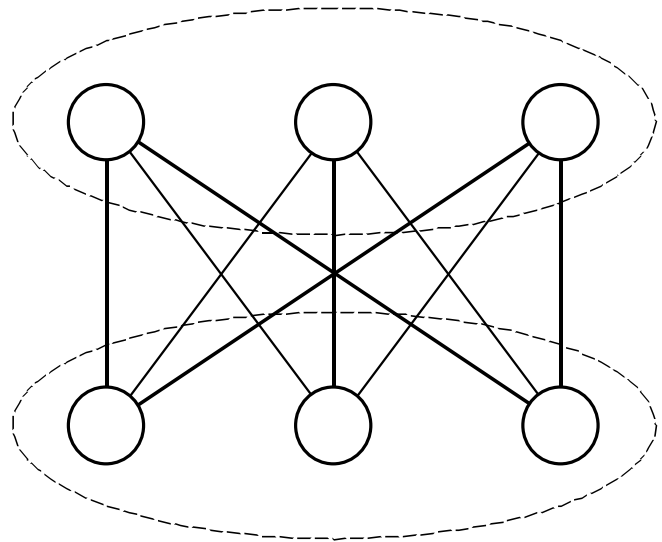
GRÁF - topológiák

(Csomópontok és élek/utak viszonya)

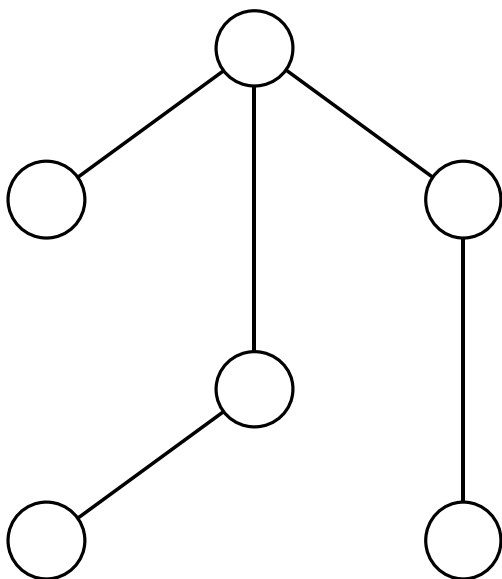
"teljes"



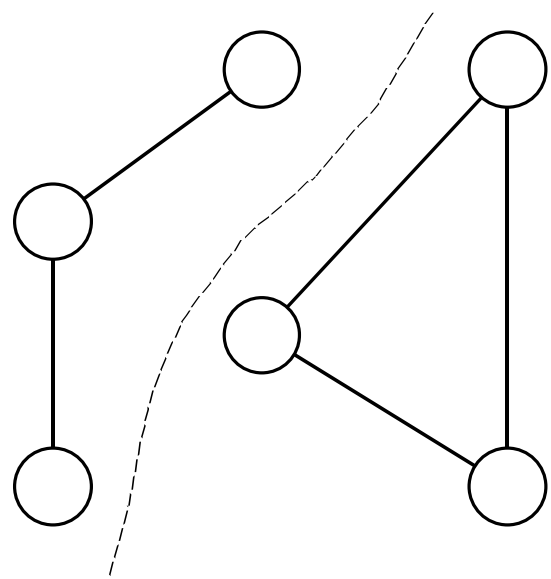
"páros"



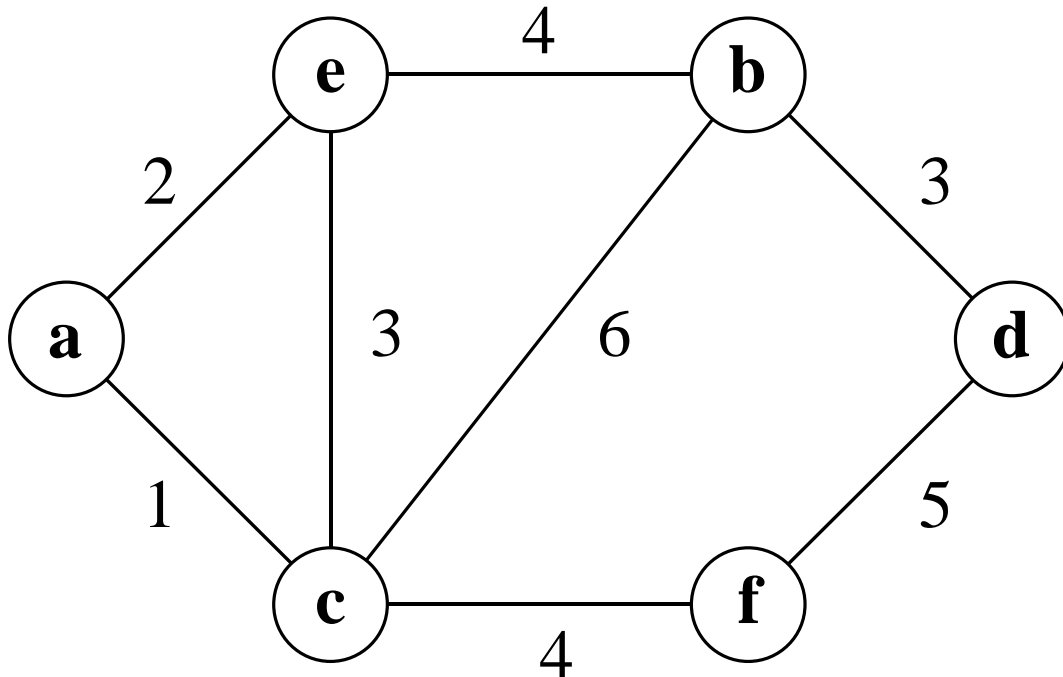
"fa"



*"összefüggő
nem összefüggő"*

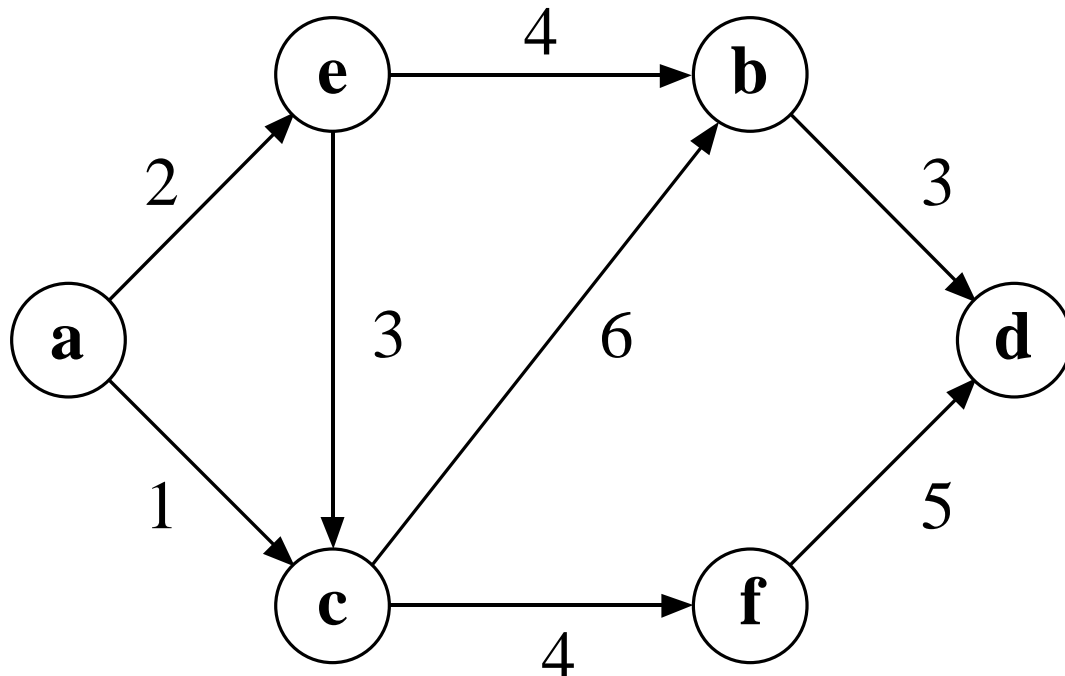


Struktúra ("adjacencia") mátrix



	a	b	c	d	e	f				
a			1		2		c	d	e	f
b			6	3	4		+		+	
c	1	6			3	4	+	+	+	
d		3				5			+	+
e	2	4	3							+
f			4	5			+			
				f			+	+		

Hálózat ("Network")



Hálózat (*mint gráf-technikai fogalom*) :

Összefüggő súlyozott irányított gráf,
egyetlen forrással és egyetlen nyelővel,
az éleken nem-negatív súlyszámokkal.

Hálózat (*mint a gráf szinonímája*) :

Gráf ... mindennemű előzetes szűkítő,
avagy általánosító megkötés nélkül.

Hálózati "problémák"

(*leggyakoribb alap-feladatok*)

- Útkeresés *
- Integritás vizsgálat (összefüggőség)
- Hurok keresés
- Dominancia
- Út(variáns) számlálás
- Leghosszabb / legrövidebb út *
- Súlypont / Centrum
- Maximális folyam / minimális vágás *
- Potenciál feladatok
- :

* *ú.n. irányított problémák*

Idő-ütemterv hálók

Gráf-technikai analógiák:

- Leghosszabb út keresése
- Potenciál feladatok

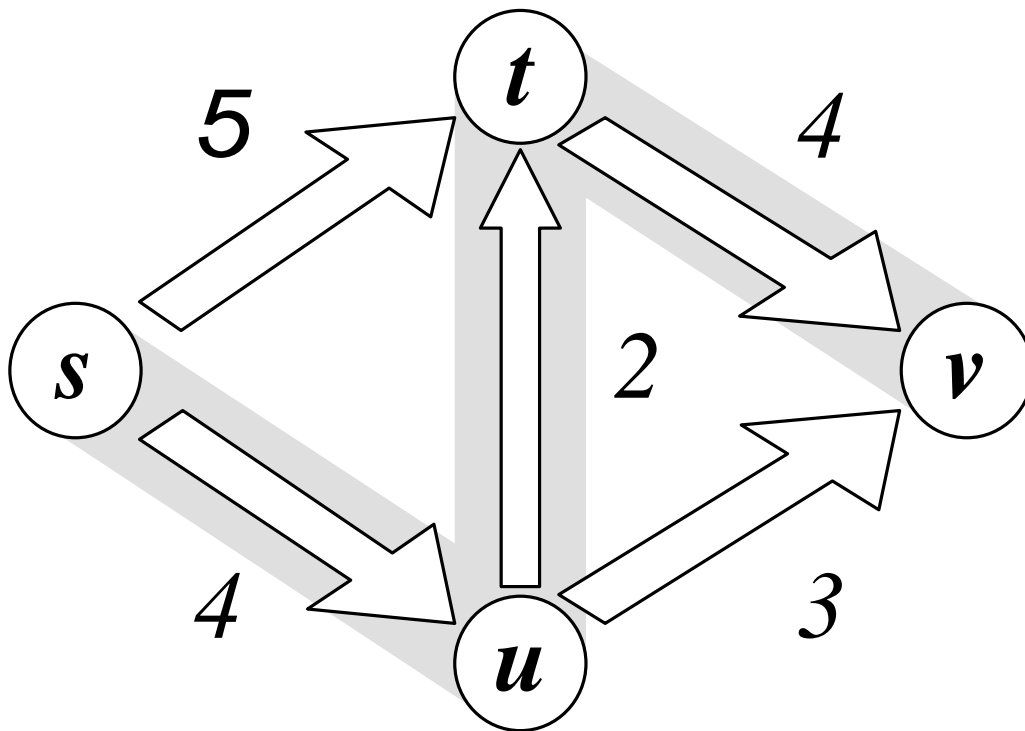
(*Valamennyi összetevőre szükség van, keressük a mértékadókat, illetve követjük az esetleges beavatkozások tovagyszerűsítő hatásait*)

Hálós időtervezési technikák

(*rátrakódó algoritmusok, eltérő megfeleltetések*)

- PERT^{time}
- CPM^{time}
- CPM^{cost}
- CPM^{létra}
- MPM^{time}/PDM^{time}
- MPM^{cost}
- GTM (*Általános időmodell*)

Idő-ütemterv hálók - I.



PERT^{time/cost} :

(**P**rogram **E**valuation & **R**evue **T**echnique)
 (*Program Értékelő és Áttekintő Technika*)

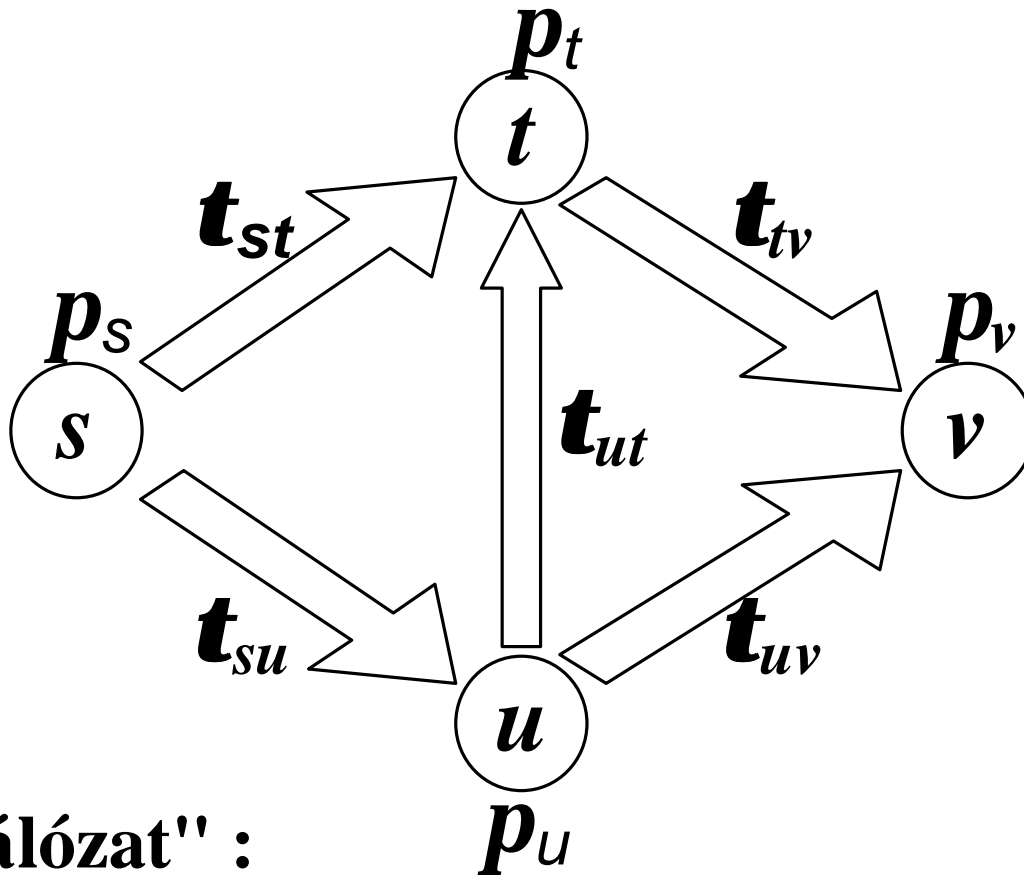
Esemény-csomópontú, valószínűségi
 változókkal dolgozó (sztochasztikus)
 projekt-modell

CPM^{time/cost} :

(**C**ritical **P**ath **M**ethod = *Kritikus Út Módszere*)

Tevékenység-élû, diszkrét adatokkal
 dolgozó projekt-modell

PERT/CPM Gráf-megkötések



Összefüggő, súlyozott, hurok-mentes irányított gráf, egyetlen forrással, egyetlen nyelővel, nem-negatív súly-számokkal

"Egy-az-egy" megfeleltetés :

Minden rész-összetevő egyszer, és csakis egyszer szerepelhet a gráf-modellben

"Csomópontpáros él-azonosítás" :

Bármely két csomópont között csak egyetlen közvetlen él lehet

Program Evaluation & Review Technique (PERT)

1958 : US Navy, Polaris Program, Farard

Csomópont :

esemény, állapot, "mérőföldkő", fejlesztési fázis

Él :

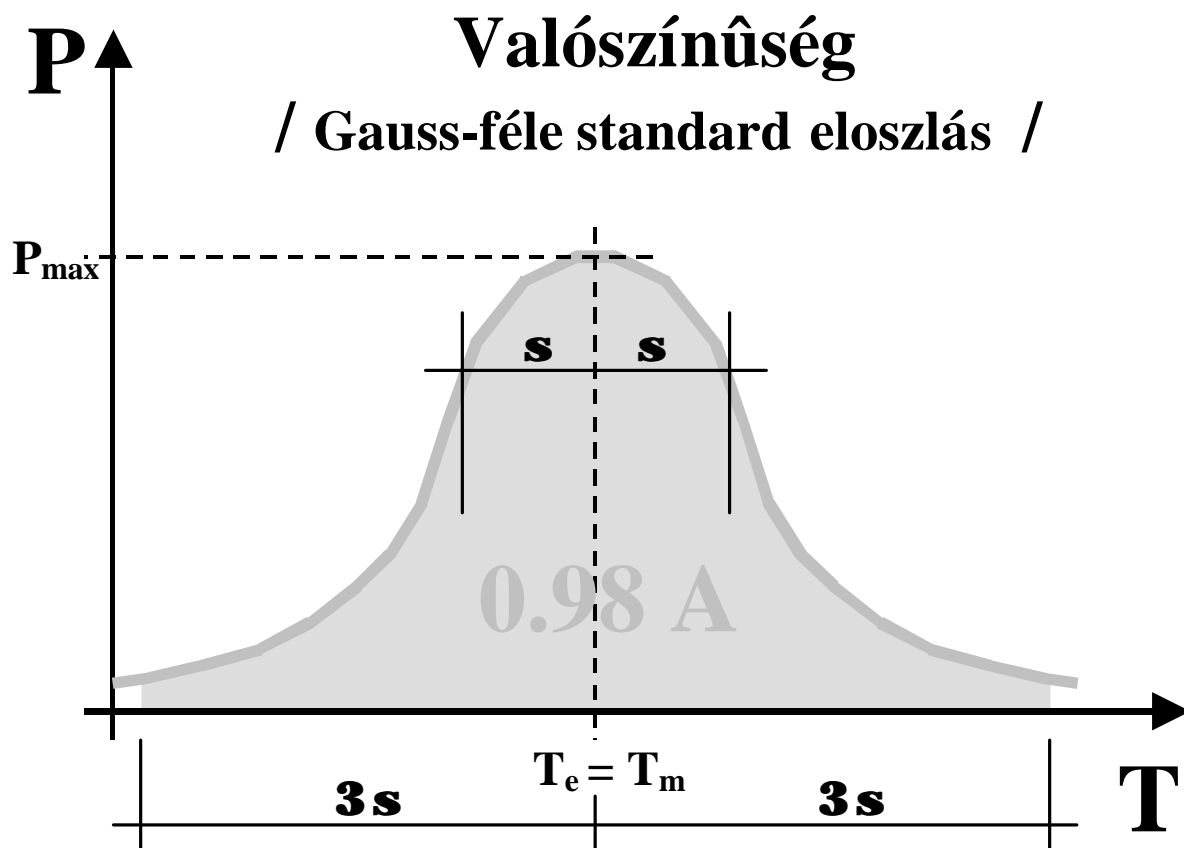
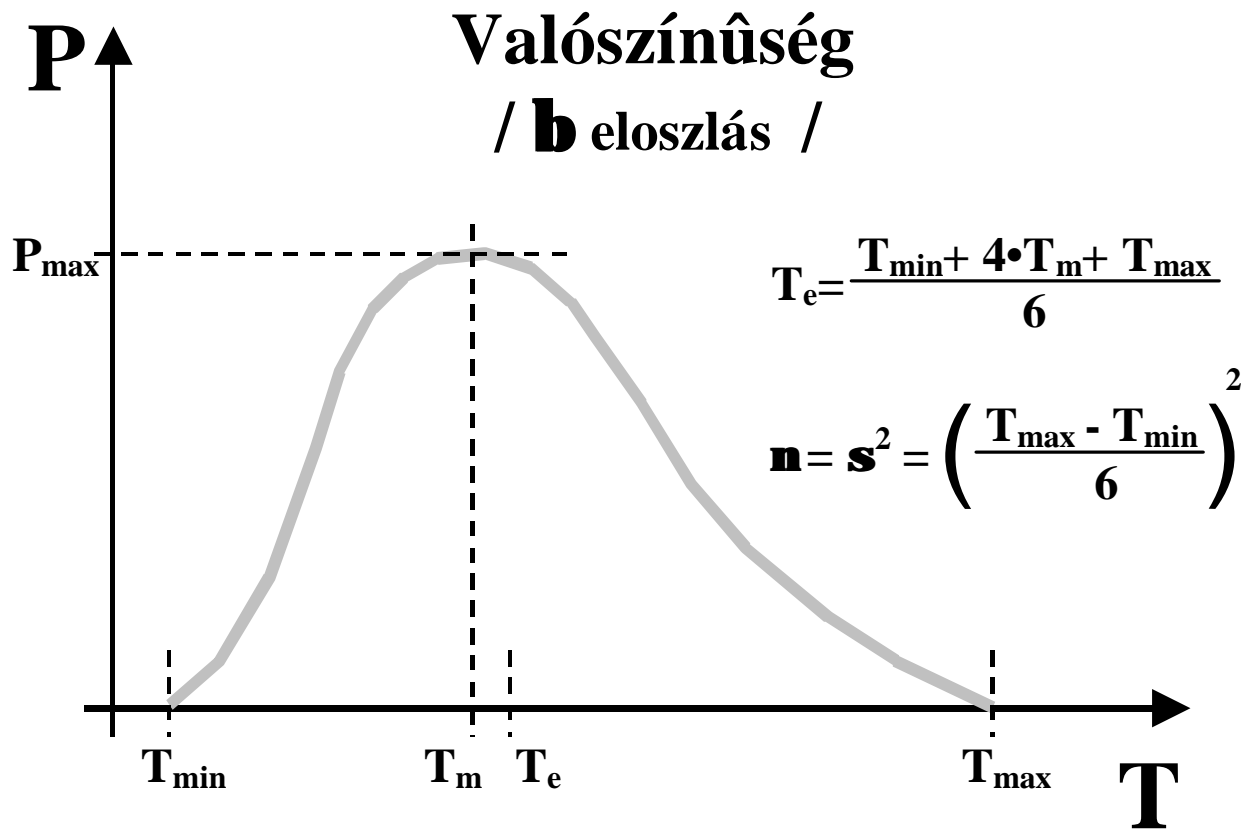
közelebbről be nem azonosított (műszaki) tartalmú tevékenység ("részfeladat")

Paraméterek (súlyok) :

valószínűségi változók ("időbeli lefolyás")
beloszlás , becsült érték-hármas alapján

Cél :

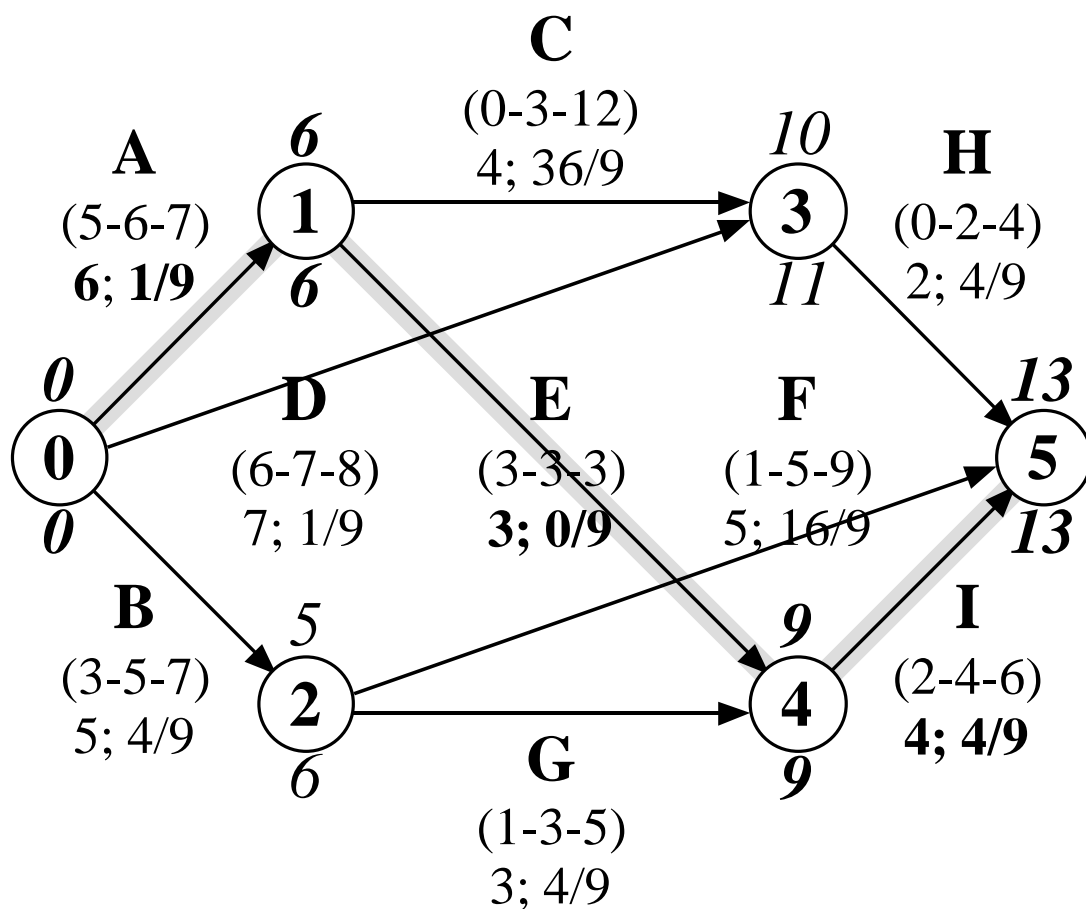
A projekt várható teljes átfutási idejének és rész-teljesítési időpontjainak előrejelzése, a hozzájuk tartozó bizonytalansági mutatókkal ("szórás") együtt. Ütemterv teljesíthetőségének ellenőrzése.



PERT feladat :

Mi a valószínűsége annak,
hogy az alábbi projekt 12 ie
alatt megvalósul ?

ID
(a-m-b)
m; n

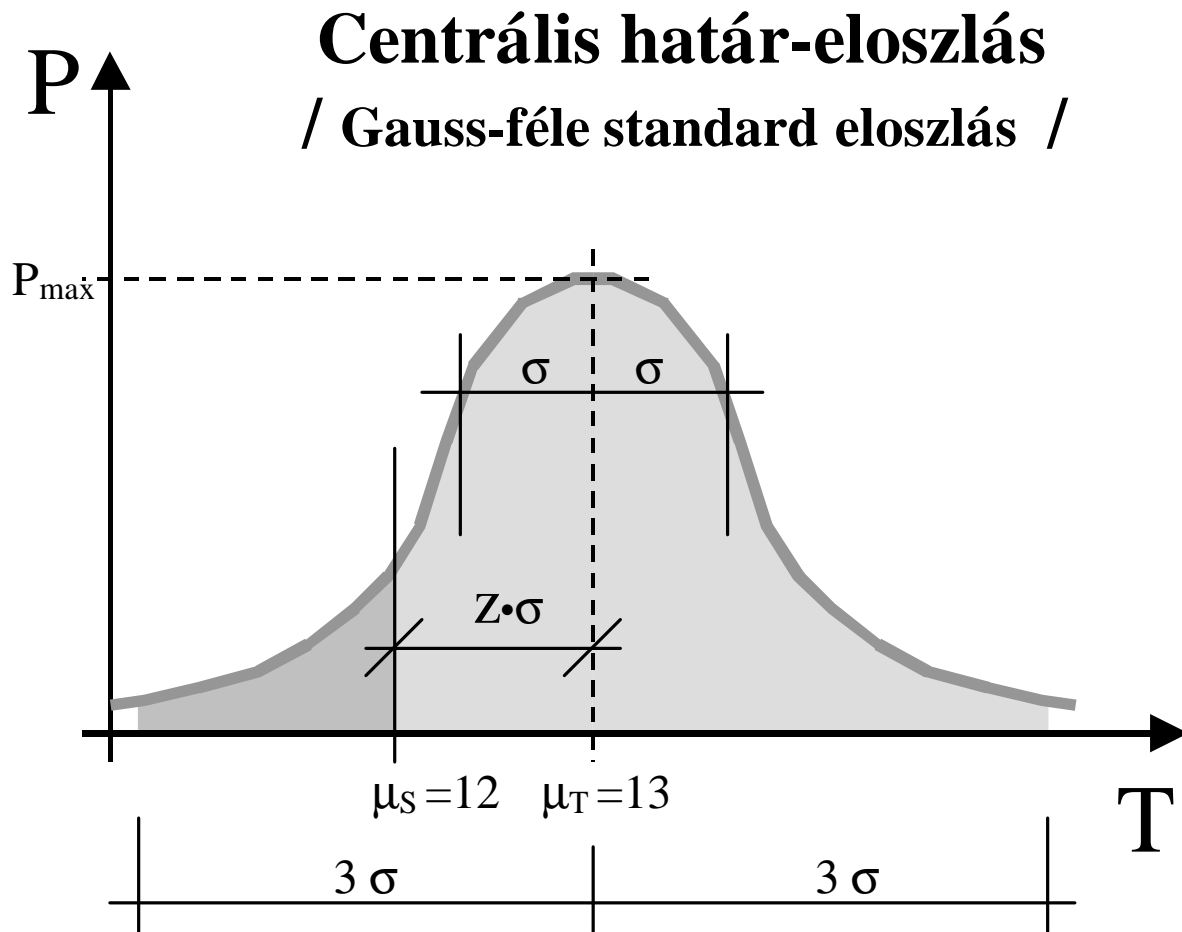


$$\mu_e = \frac{a + 4 \cdot m + b}{6}$$

$$v = \sigma^2 = \left(\frac{b - a}{6} \right)^2$$

$$\mu_T = 13$$

$$v_T = 5/9$$



$$Z = \frac{\mu_S - \mu_T}{\sqrt{v_T}} = \frac{12-13}{\sqrt{5/9}} = -1.3416$$

CP ≈ 9 %

Z	CP	Z	CP
- 2.0	0.02	+ 0.1	0.54
- 1.5	0.07	+ 0.2	0.58
- 1.3	0.10	+ 0.3	0.62
- 1.0	0.16	+ 0.4	0.66
- 0.9	0.18	+ 0.5	0.69
- 0.8	0.21	+ 0.6	0.73

Critical Path Method (CPM^{time})

*1957 : USA, E. I. du Pont de Nemours,
James E. Kelly, Morgan R. Walker*

Csomópont :

kapcsolat, közvetlen megelőzési reláció

Él : konkrétan beazonosított (műszaki)
tartalmú rész-projekt, avagy tevékenység
("részfeladat"), illetve - szükség szerint -
megelőzési reláció ("látszat-tevékenység")

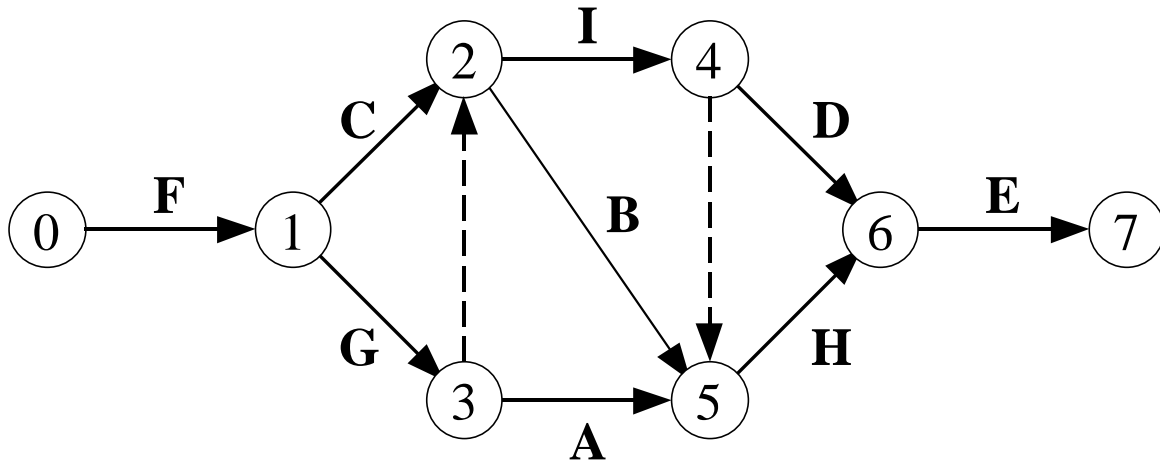
Paraméterek (súlyok) :

tevékenységidők, időtartamok és határ-
időpontok (determinisztikus változók)

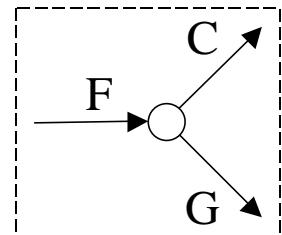
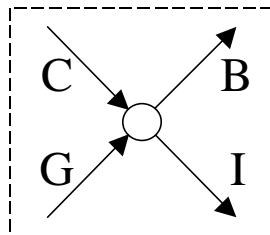
Cél : a projekt időbeli lefolyása során kiemelt
jelentőségű ("domináns" / "kritikus")
tevékenységek beazonosítása, határ-
időpontok meghatározása, illetve a rész-
projektek, avagy tevékenységek időbeli
"mozgási szabadságának" feltárása.

CPM / PERT gráf-struktúra

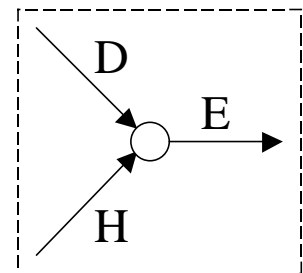
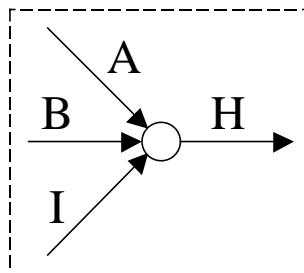
- operatív információk -



**Közvetlen
megelőzési lista**



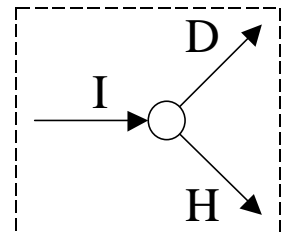
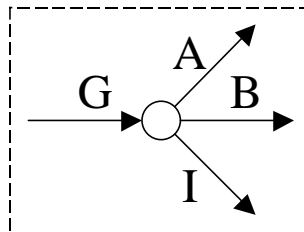
$A, B, I < H$



$C, G < B, I$

$D, H < E$

$F < C, G$

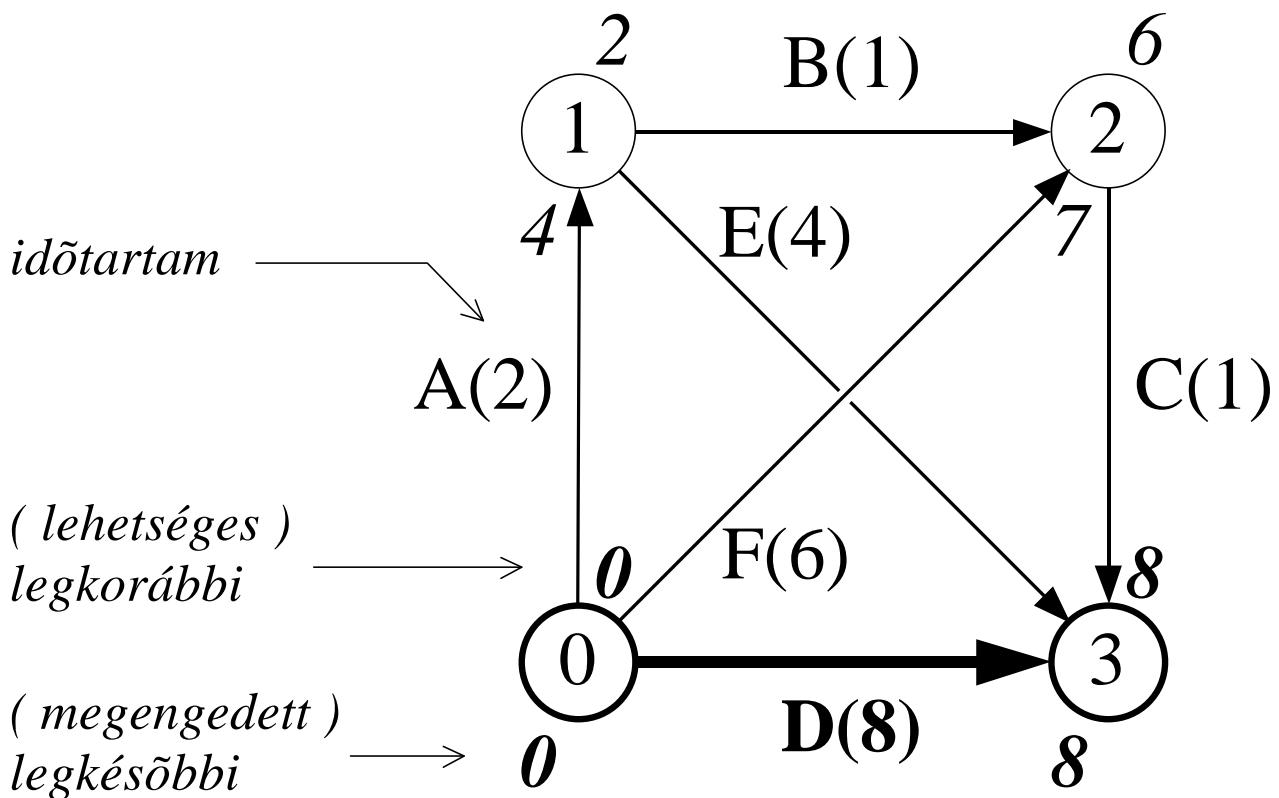


$G < A, B, I$

$I < D, H$

Operatív információk

CPM^{time} feladat



Tev	T	LK	LB	MK	MB	TT	ST	FeT	FüT
A	2	0	2	2	4	2	0	2	0
B	1	2	3	6	7	4	3	2	1

"Kritikus út" :

Azon csomópontok - és a közöttük lévő domináns élek - halmazából alkotott **részgráf**, melyeknél a lehetséges legkorábbi- és a megengedett legkésőbbi idő megegyezik. ("... idő-tartalékkal nem rendelkezik ...")

A forrás és a nyelő közötti leghosszabb utak alkotta részgráf

"Teljes" tartalékidő :

Adott tevékenység időtartamának lehetséges növekménye (avagy kezdésének késleltetése) anélkül, hogy az a háló teljes átfutási idejét növelné, feltéve, hogy valamennyi megelőző tevékenységét legkorábbi ütemezése szerint tudjuk befejezni.

"Szabad" tartalékidő :

Adott tevékenység időtartamának lehetséges növekménye (avagy kezdésének késleltetése) anélkül, hogy az bármely az adott tevékenységet követő tevékenység legkorábbi kezdését késleltetné, feltéve, hogy valamennyi megelőző tevékenységét legkorábbi ütemezése szerint tudjuk befejezni.

"Feltételes" tartalékidő :

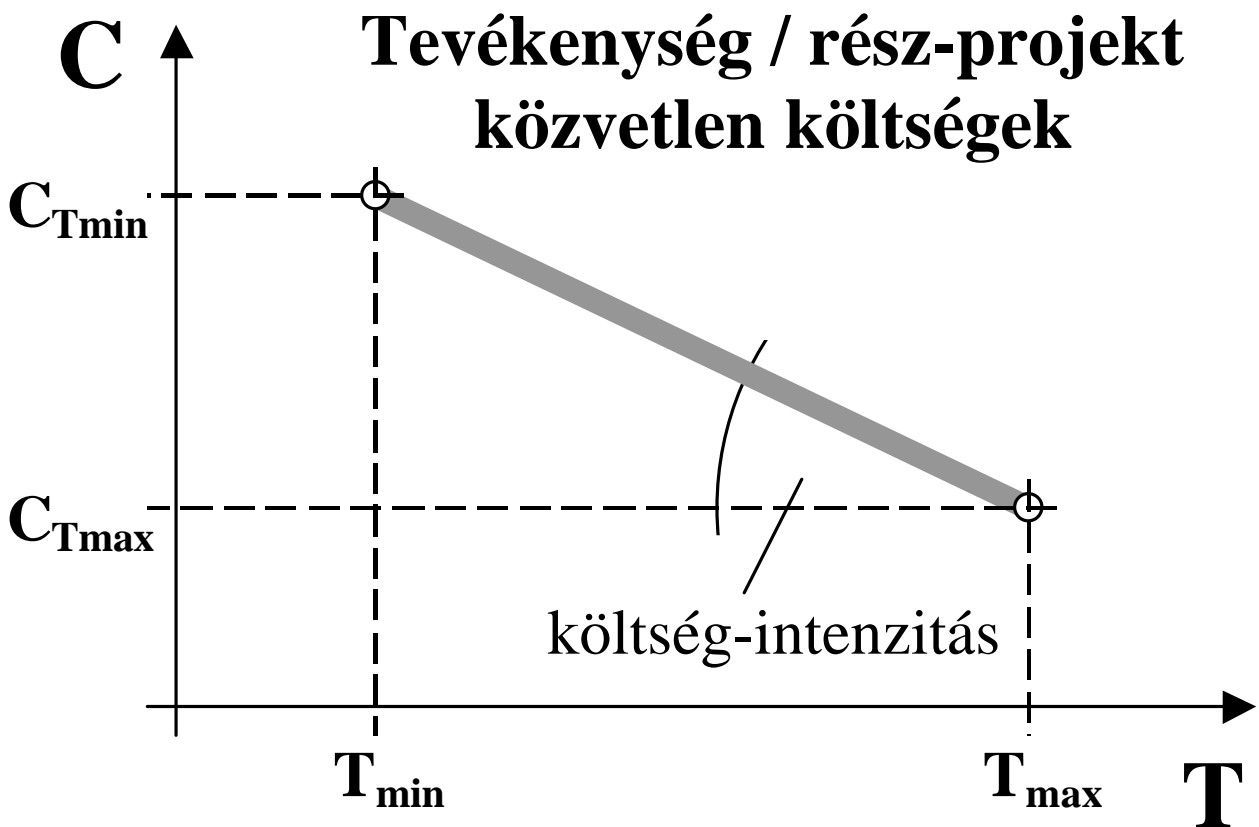
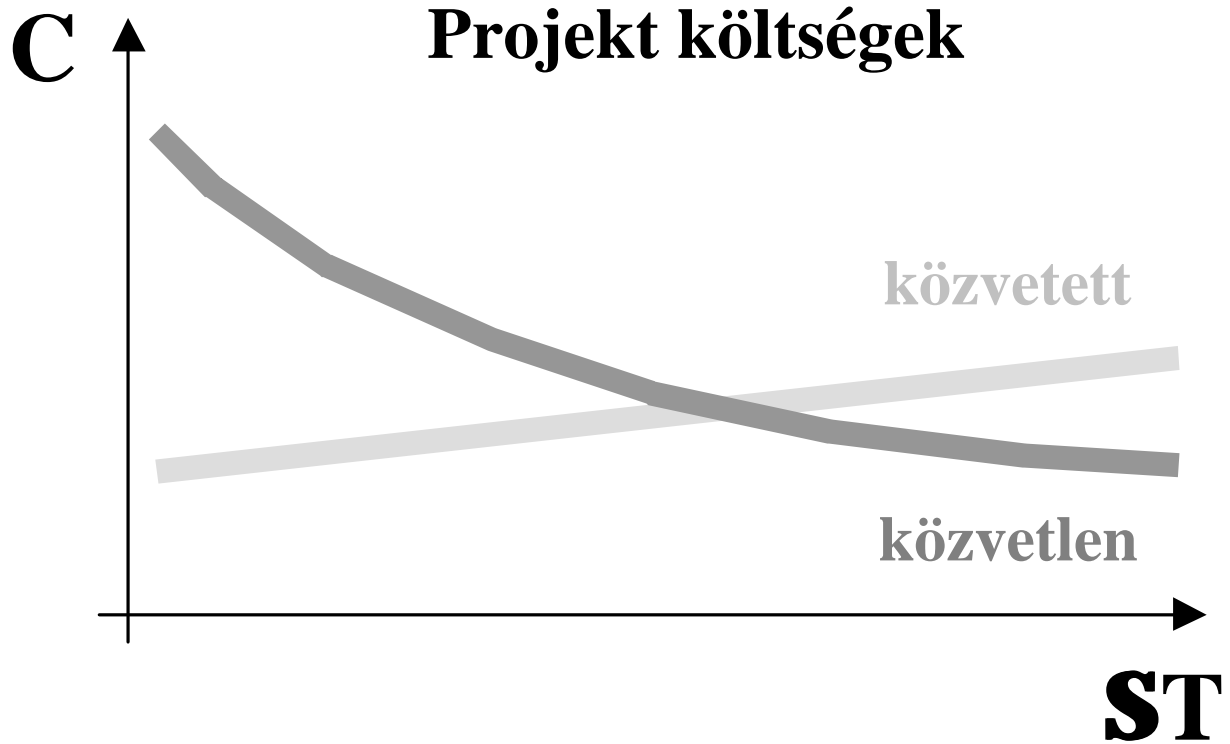
Adott tevékenység időtartamának lehetséges növekménye anélkül, hogy az a háló teljes átfutási idejét növelné, feltéve, hogy valamennyi megelőző tevékenységét legkésőbbi ütemezése szerint tudjuk csak befejezni.

"Független" tartalékidő :

Adott tevékenység időtartamának lehetséges növekménye anélkül, hogy az bármely az adott tevékenységet követő tevékenység legkorábbi kezdését késleltetné, feltéve, hogy valamennyi megelőző tevékenységét legkésőbbi ütemezése szerint tudjuk csak befejezni.

(Csak nem-negatív értékét értelmezzük !)

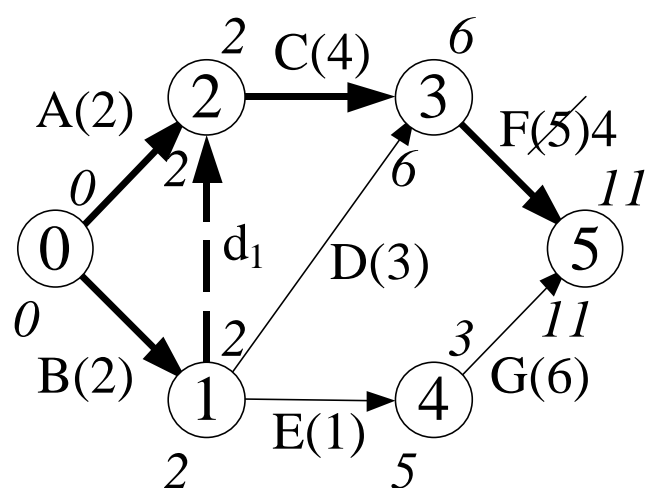
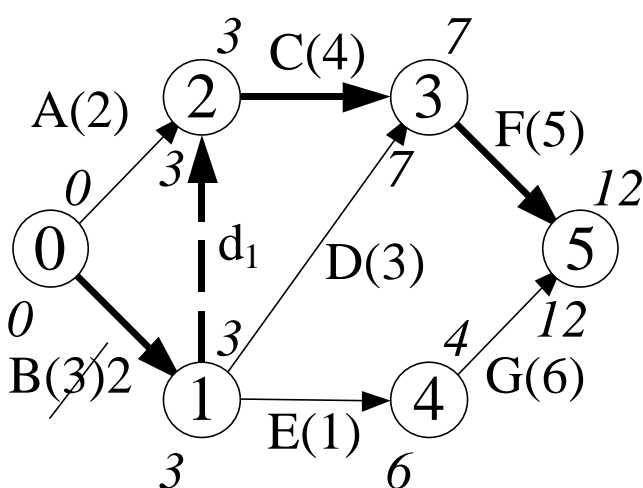
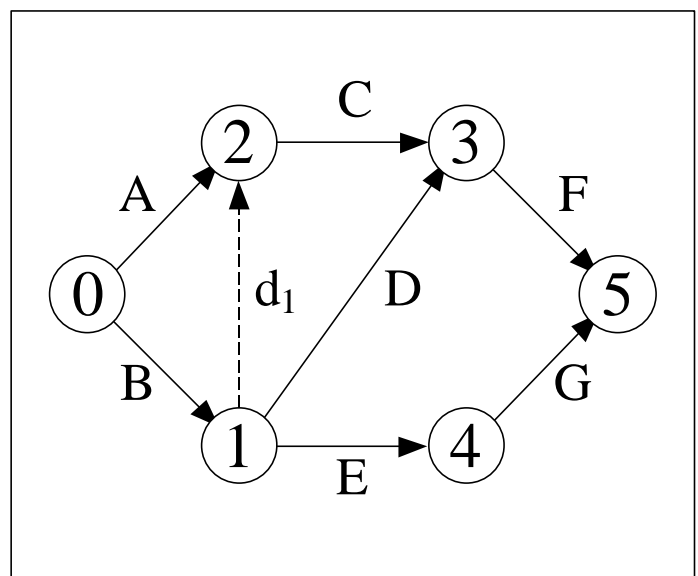
CPM^{cost} (CPM költség modell)



CPM^{cost} feladat :

Milyen minimális ("közvetlen") költség mellett valósítható meg az alábbi projekt 10 ie -nél nem hosszabb idő alatt ?

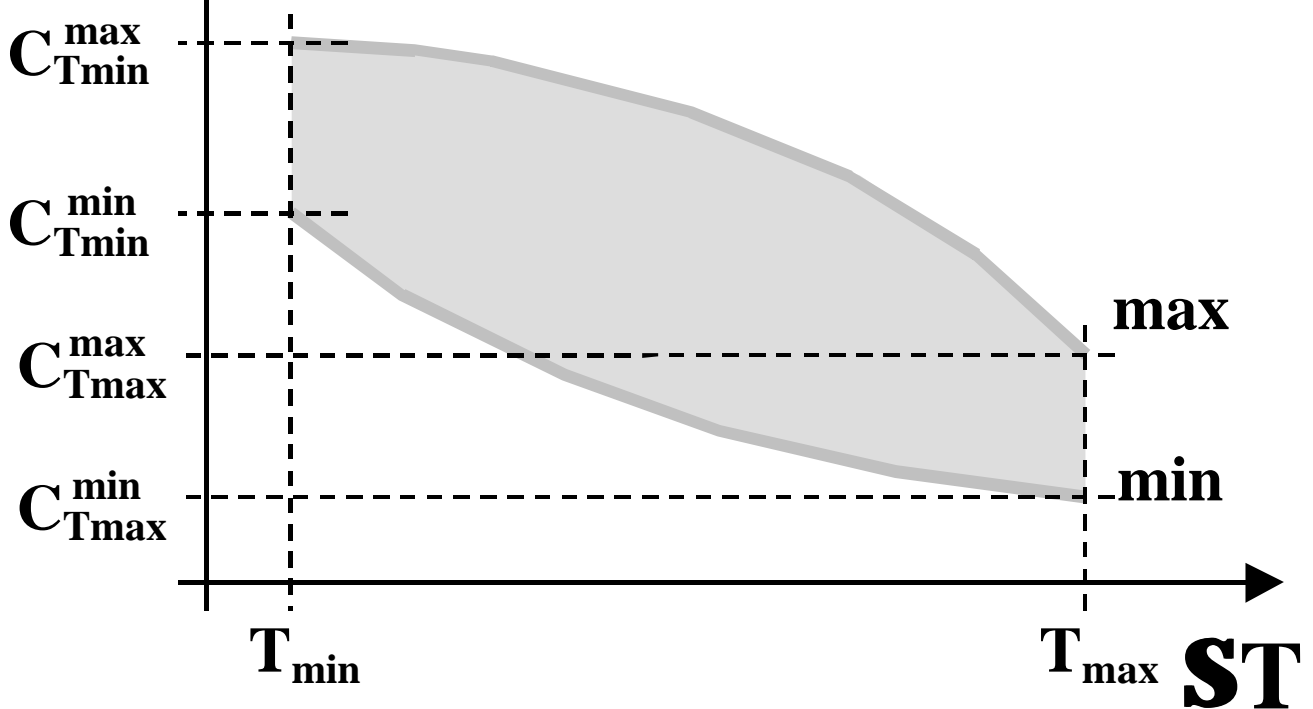
Tev	Normal		Roham		CS
	idő	ksg	idő	ksg	
A	2	120	1	200	80
B	3	80	1	200	60
C	4	100	2	350	125
D	3	150	3	150	-
E	1	250	1	250	-
F	5	130	2	460	110
G	6	80	5	110	30



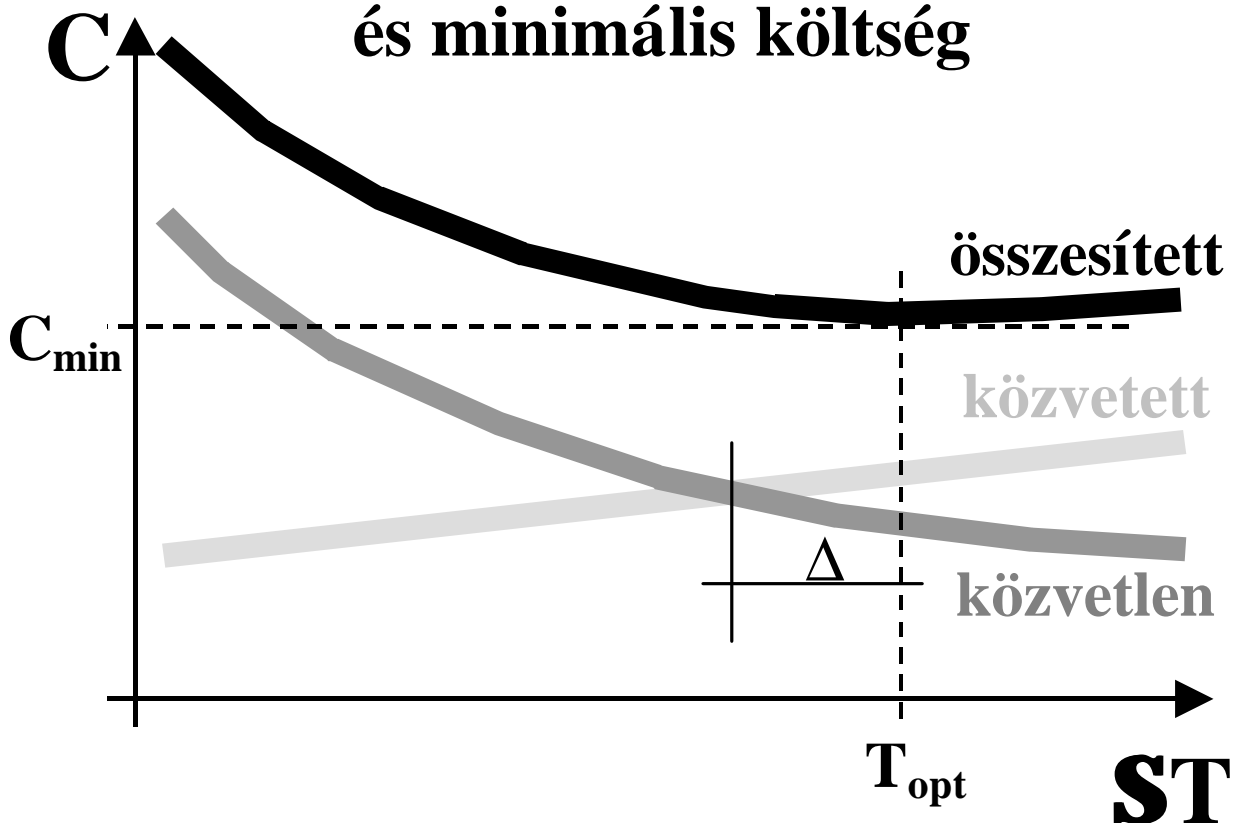
$$C_{11} = C_{12} + CS_B = 910 + 60 = 970$$

$$C_{10} = C_{11} + CS_F = 970 + 110 = 1080$$

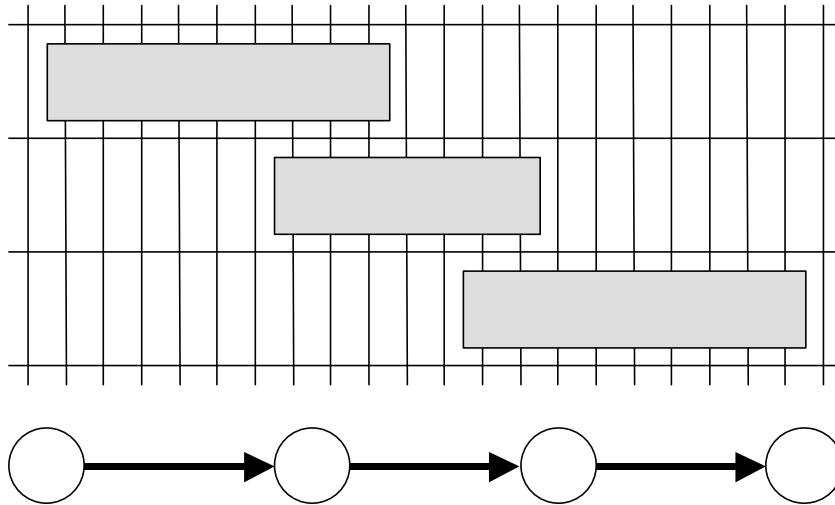
Projekt közvetlen költségek / CPM^{cost} /



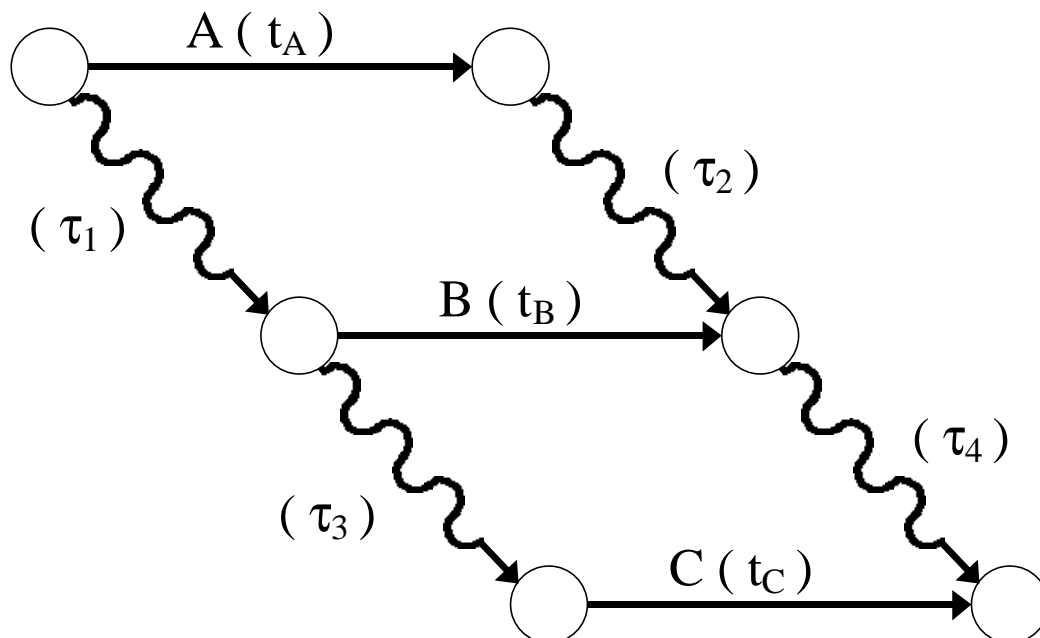
Optimális projekt futamidő és minimális költség



CPM^{létra} konvenció :



Gond: CPM - baj van az átlapolt időhelyzetekkel.
 Válasz: Paraméterek a „látszat-tevékenységeken”



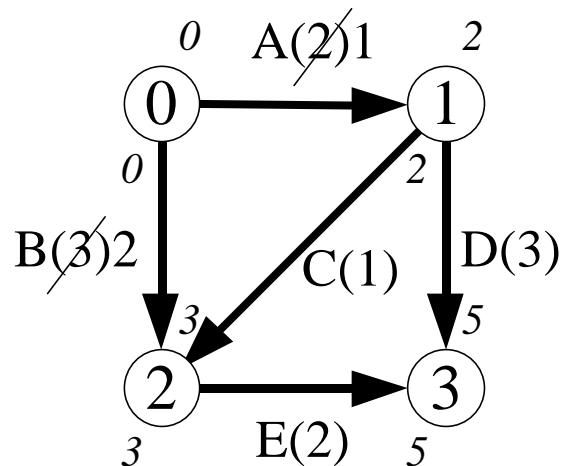
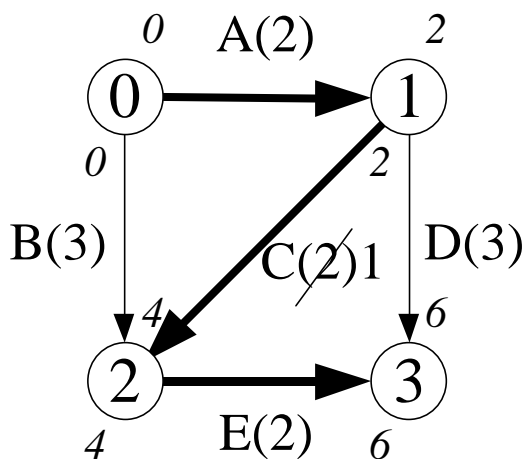
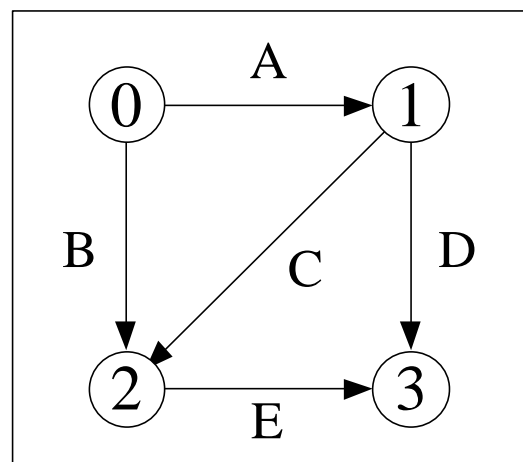
Negatív paraméterek továbbra is tiltottak. Gond a nyitott háló és a meg-nem-szakítható tevékenység

CPM^{cost} feladat :

Milyen minimális ("közvetlen") költség mellett valósítható meg az alábbi projekt 4 ie -nél nem hosszabb idő alatt ?

Tev	Normal		Roham	
	idő	ksg	idő	ksg
A	2	1	1	3
B	3	1	1	5
C	2	1	1	2
D	3	1	1	5
E	2	1	1	3

CS
2
2
1
2
2



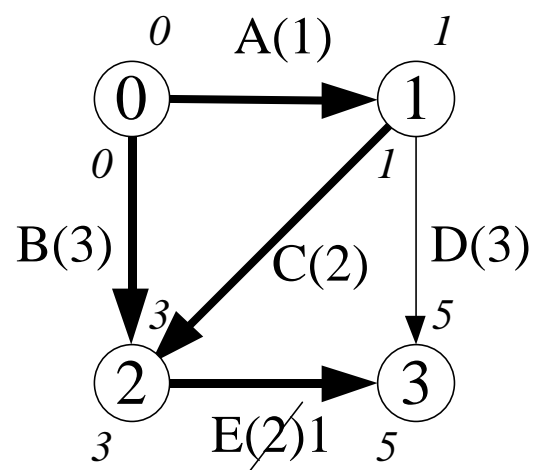
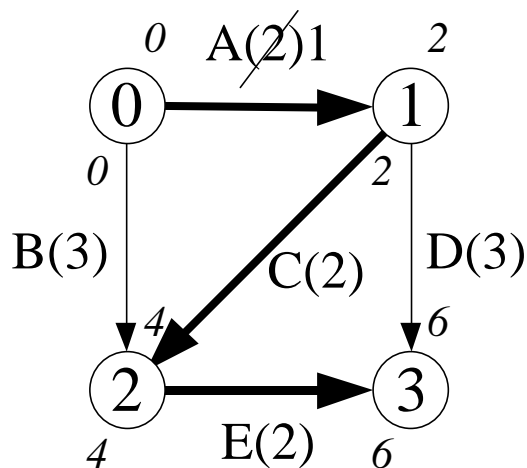
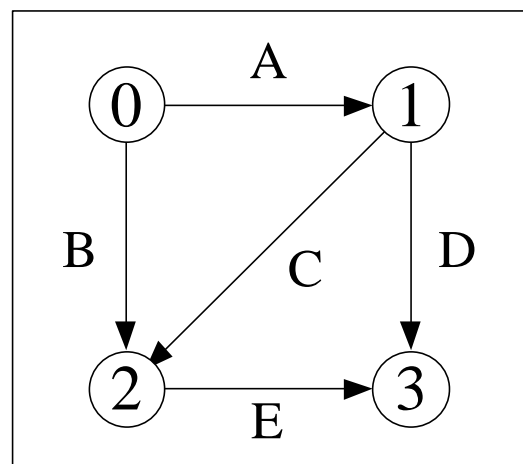
$$C_5 = C_6 + CS_C = 5 + 1 = 6$$

$$C_4 = C_5 + CS_{A+B} = 6 + 4 = 10 ?$$

CPM^{cost} feladat :

Milyen minimális ("közvetlen") költség mellett valósítható meg az alábbi projekt 4 ie -nél nem hosszabb idő alatt ?

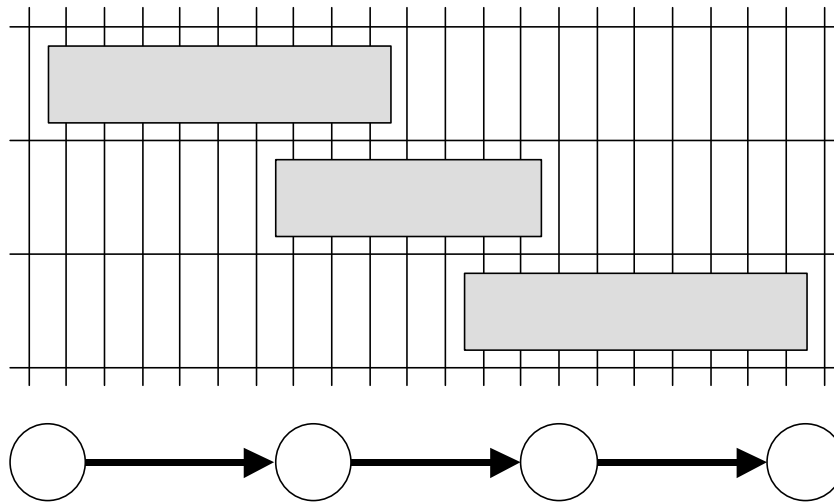
Tev	Normal		Roham		CS
	idő	ksg	idő	ksg	
A	2	1	1	3	2
B	3	1	1	5	2
C	2	1	1	2	1
D	3	1	1	5	2
E	2	1	1	3	2



$$C_5 = C_6 + CS_A = 5 + 2 = 7 (> 6)$$

$$C_4 = C_5 + CS_E = 7 + 2 = 9 (< 10) !$$

Idő-ütemterv hálók - II.



CPM - CPM^{létra} : Továbbra is gond az átlapolás, a nyitott háló és a meg-nem-szakítható tevékenység (termelésközeli ütemtervek)

MPM^{time} : (METRA Potential's Method)
(*METRA Potenciálok módszere*)

Tevékenység-csomópontú, többszörös és többféle kapcsolatot kezelni tudó, diszkrét változókkal dolgozó (determinisztikus) projekt-modell

GTM : (General Time Model)
(*Általános időmodell*)

Homogén korlátozó feltételeket kezelő, határ-időpont orientált projekt-modell

METRA Potential's Method (MPM^{time})

*1960 : B. Roy, Franciaország, Atomerőmű
(eredetileg csak kezdési időpotenciálok ...)*

Csomópont :

meg-nem szakítható tevékenység
(0 idejű tev. = esemény, mérföldkő)

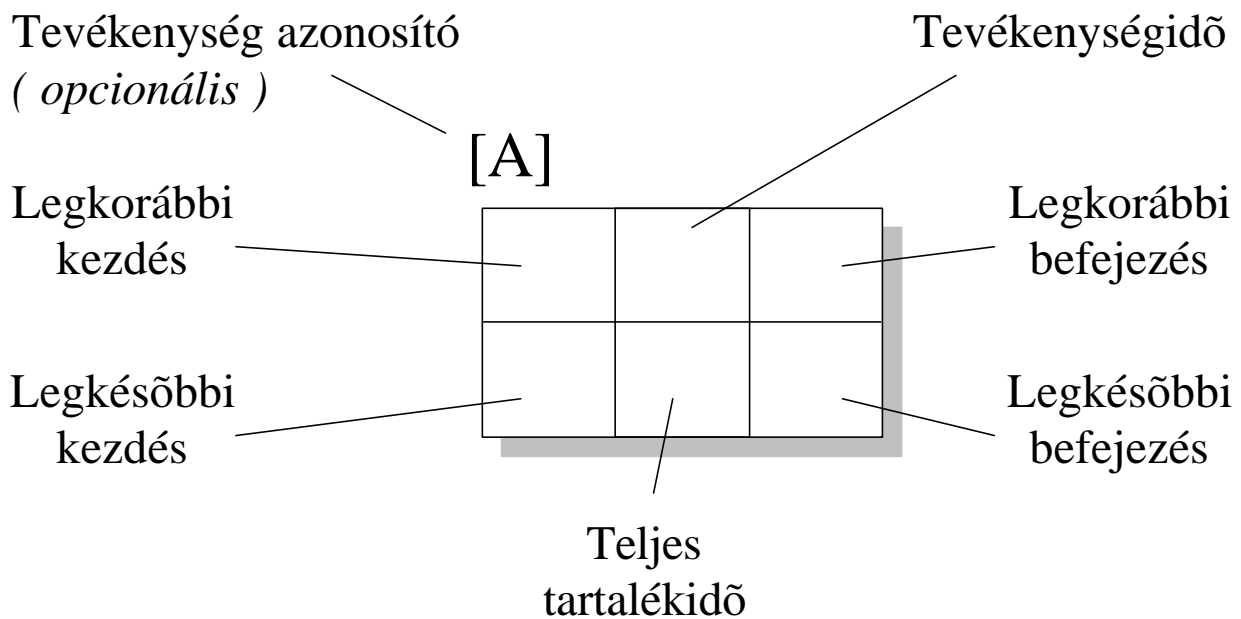
Él : műszaki-, technológiai, avagy erőforrás
indíttatású paraméteres kapcsolat

Paraméterek (súlyok) :

késleltetési idők, időtartamok, időpontok
(determinisztikus változók)

Cél : termelés közeli technológiai időtervek,
termelésirányítás, termelés követés,
változás menedzsment ...
... tetszőlegesen átlapolt (relatív) időbeli
helyzetek, erőforrás-allokációs feltételek,
térbeliség, technológiai előírások, stb.
(idővetületeinek) kezelése

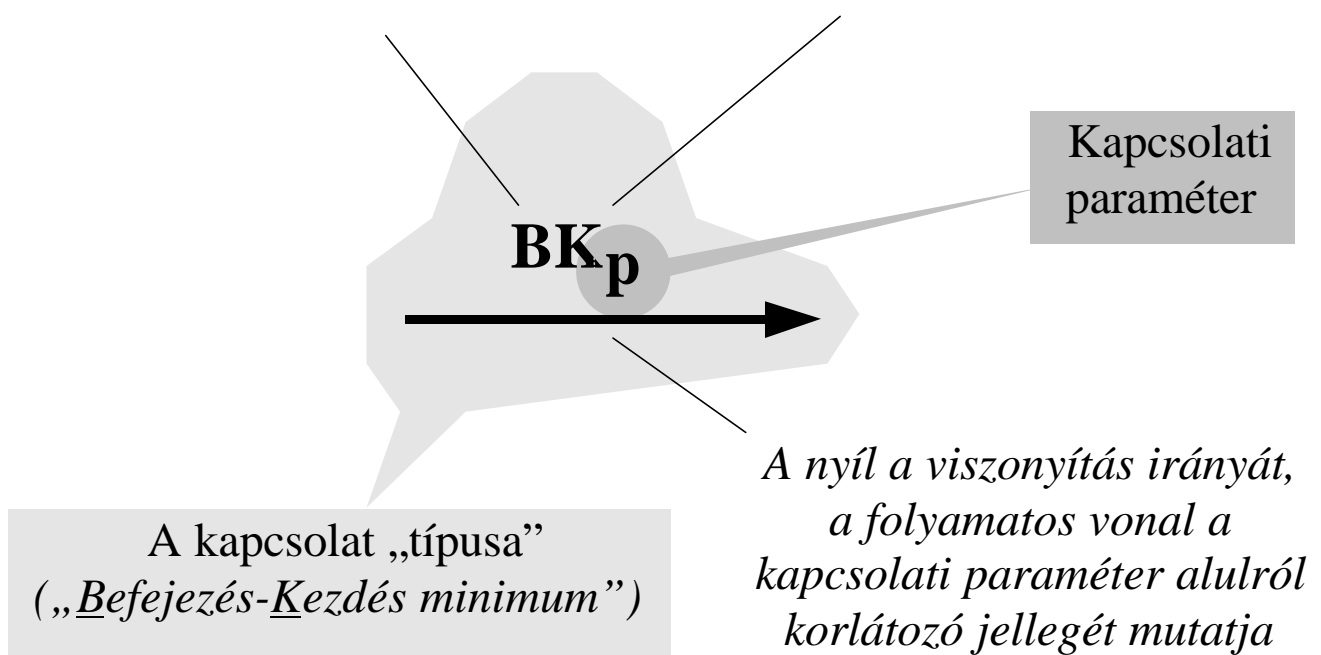
"Tevékenység csomópont"



"Kapcsolati reláció" (min)

„Megelőző” (viszonyítási alap)
tevékenység határidőpontja
(*jelen esetben „Befejezése”*)

„Követő” (viszonyított)
tevékenység határidőpontja
(*jelen esetben „Kezdése”*)



"Kapcsolati reláció" (max)

„Megelőző” (viszonyítási alap)
tevékenység határidőpontja
(jelen esetben „Befejezése”)

„Követő” (viszonyított)
tevékenység határidőpontja
(jelen esetben „Kezdése”)

"negatív"
előjel

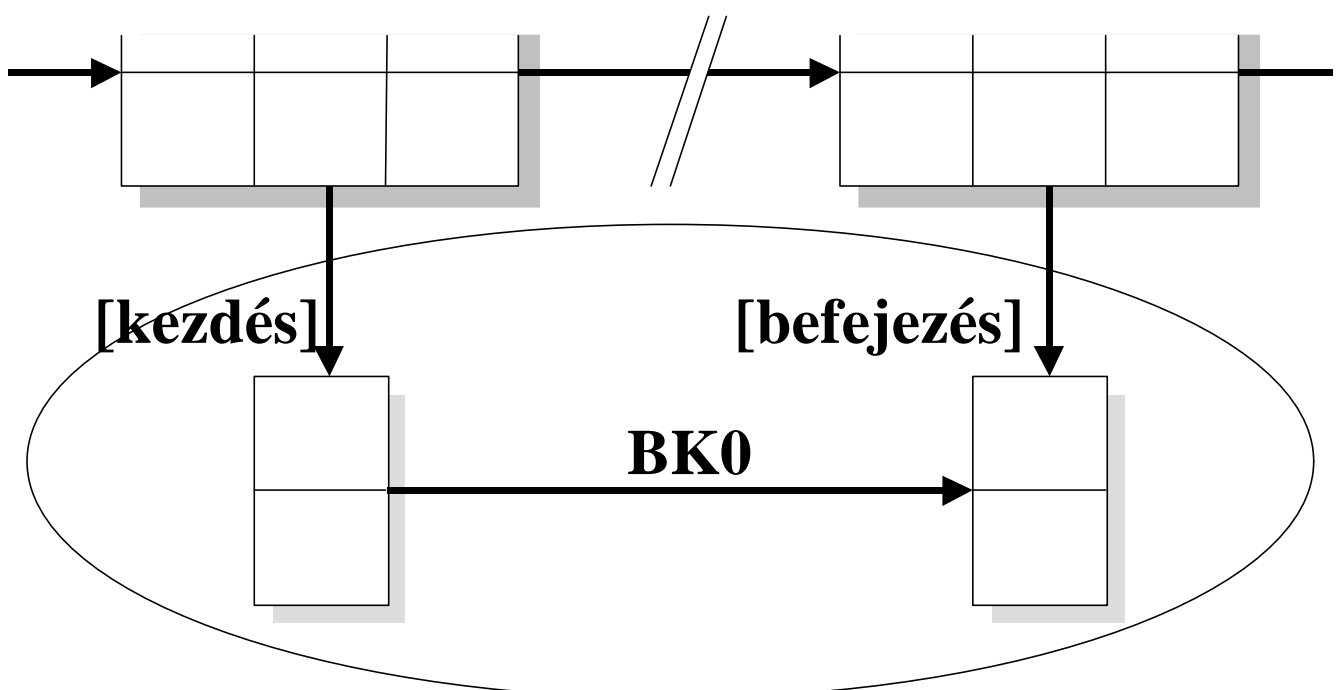
-BK_p

Kapcsolati
paraméter

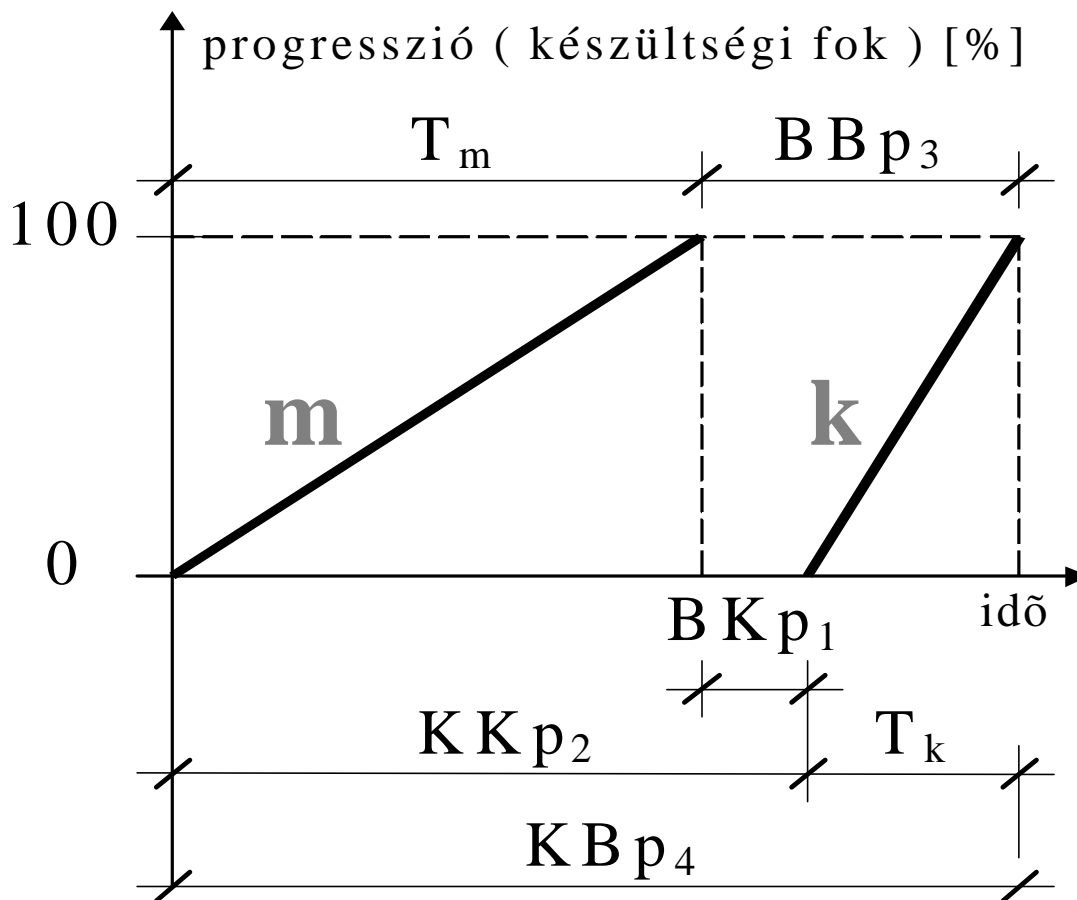
A kapcsolat „típusa”
(„Befejezés-Kezdés maximum”)

A nyíl a fordított viszonyítási
irányt, a szaggatott vonal és a
"negatív" előjel a kapcsolat
felülről korlátozó jellegét
mutatja

"Befüggesztett tevékenység"



MPM Kapcsolati alap-típusok



Kapcsolat típusok átváltása

	BBq	BKq	KBq	KKq
BBp		$q = p - T_k$	$q = p + T_m$	$q = p + T_m - T_k$
BKp	$q = p + T_k$		$q = p + T_m + T_k$	$q = p + T_m$
KBp	$q = p - T_m$	$q = p - T_m - T_k$		$q = p - T_k$
KKp	$q = p + T_k - T_m$	$q = p - T_m$	$q = p + T_k$	

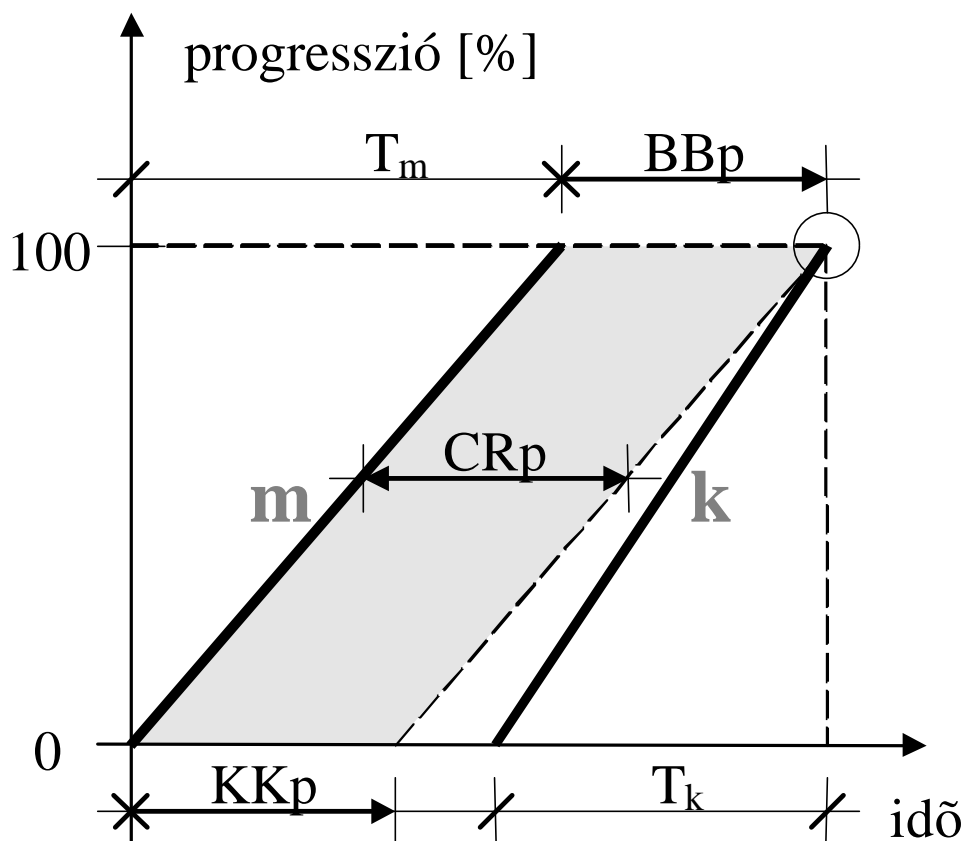
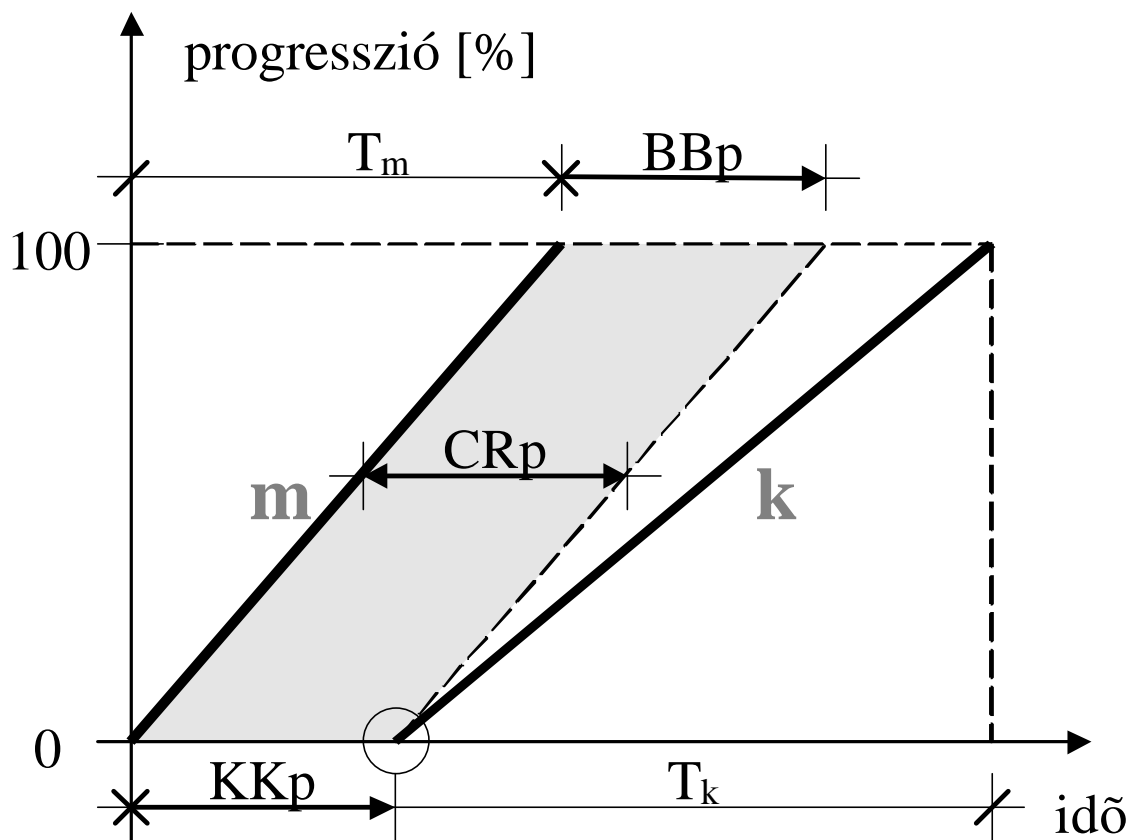
Egyszerű kapcsolati típusok

BKp „befejezés-kezdés min p ”	A követő (viszonyított) tevékenység <u>legalább</u> " p " időegységgel a megelőző (viszonyítási alap) tevékenység befejezése után kezdődjék	Erősen erőforrás-korlátos esetek tipikus kapcsolata (általában „0” paraméterrel, soros folyamatkapcsolások létrehozására)
-BKp „befejezés-kezdés max p ”	A követő (viszonyított) tevékenység <u>legfeljebb</u> " p " időegységgel a megelőző (viszonyítási alap) tevékenység befejezése után kezdődjék	Általában a BKp kapcsolattal együtt, állagmegóvási, illetve erőforrás-kihasználási követelmények tipikus kapcsolata
KKp „kezdés-kezdés min p ”	A követő (viszonyított) tevékenység <u>legalább</u> " p " időegységgel a megelőző (viszonyítási alap) tevékenység kezdése után kezdődjék	Jól szinkronizált, illetve párhuzamos folyamatok tipikus kapcsolata, pl. nagyobb léptékű ütemtervek, projektek esetén
-KKp „kezdés-kezdés max p ”	A követő (viszonyított) tevékenység <u>legfeljebb</u> " p " időegységgel a megelőző (viszonyítási alap) tevékenység kezdése után kezdődjék	Nem tipikus kapcsolat; magában, illetve KKp kapcsolattal együtt allokációs segédeszközként nyújthat hasznos segítséget
BBp „befejezés-befejezés min p ”	A megelőző (viszonyítási alap) tevékenység befejezése és a követő (viszonyított) tevékenység befejezése között <u>legalább</u> " p " időegység legyen	Többnyire „adminisztrációs”, pl. átadási, ellenőrzési tevékenység „visszaszámlálás” jellegű időzítésére szolgáló kapcsolat
-BBp „befejezés-befejezés max p ”	A megelőző (viszonyítási alap) tevékenység befejezése és a követő (viszonyított) tevékenység befejezése között <u>legfeljebb</u> " p " időegység legyen	Nem tipikus kapcsolat; magában, illetve BBp kapcsolattal együtt allokációs segédeszközként nyújthat hasznos segítséget
KBp „kezdés-befejezés min p ”	A megelőző (viszonyítási alap) tevékenység kezdése és a követő (viszonyított) tevékenység befejezése között <u>legalább</u> " p " időegység teljen el	Teoretikus kapcsolat; tipikusan a -BKp kapcsolat kiváltására (időtervezési eszközként) szolgálhat, ... negatív paraméterrel
-KBp „kezdés-befejezés max p ”	A megelőző (viszonyítási alap) tevékenység kezdése és a követő (viszonyított) tevékenység befejezése között <u>legfeljebb</u> " p " időegység teljen el	Teoretikus kapcsolat, a teljesség kedvéért kerül megemlítésre. Bonyolult allokációs feltételek esetén nyújthat segítséget.

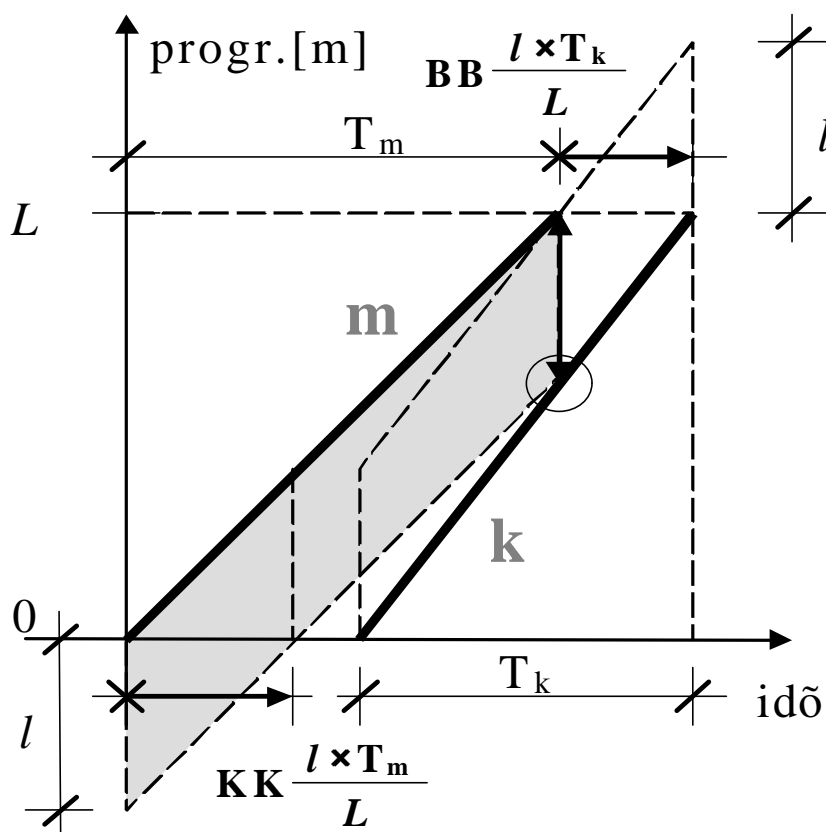
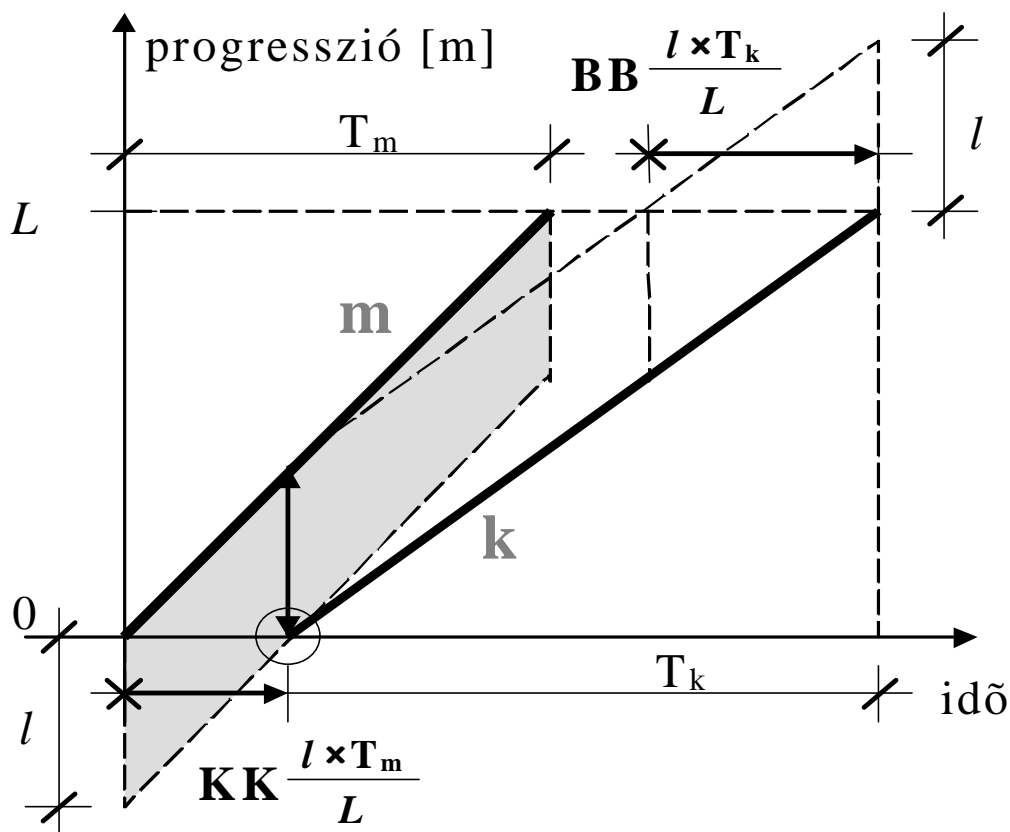
Leggyakrabban használt összetett kapcsolati típusok

$\left. \begin{array}{l} \text{KK}_p \\ \text{BB}_p \end{array} \right\} \text{CR}_p$ „(min) kritikus megközelítés”	A megelőző (viszonyítási alap) tevékenység számára a követő (viszonyított) tevékenységgel szemben minden készültségi foknál <u>legalább</u> „p” egységnyi időelőny biztosítandó	Technológiai (kötési, száradási, szilárdulási stb.) feltételek tipikus kapcsolata átlapolt, vagy nem ismert idejű tevékenységek között
$\left. \begin{array}{l} -\text{KK}_p \\ -\text{BB}_p \end{array} \right\} -\text{CR}_p$ „(max) kritikus megközelítés”	A megelőző (viszonyítási alap) tevékenység és a követő (viszonyított) tevékenység között minden készültségi foknál <u>legfeljebb</u> „p” egységnyi követési idő biztosítandó	Kellő körültekintéssel állagmegóvási feltételek kapcsolata lehet. Alkalmazása azonban sok veszélyt rejt magában, ezért ha nem szükséges, ne használjuk !
$\left. \begin{array}{l} \text{BK}_p \\ -\text{BK}_p \end{array} \right\}$ „szoros követés”	A követő (viszonyított) tevékenység a megelőző (viszonyítási alap) tevékenység befejezését követően <u>pontosan</u> „p” időegység elteltével kell hogy kezdődjék	Tipikusan az egymást követő tevékenységek relatív időhelyzetének <u>direkt</u> megadására (pl. allokációs célú rögzítésére) szolgáló kapcsolat
$\left. \begin{array}{l} \text{BK}_0 \\ -\text{BK}_0 \end{array} \right\}$ „azonnali követés”	A követő (viszonyított) tevékenység a megelőző (viszonyítási alap) tevékenység befejezését követően <u>azonnal</u> , késedelem nélkül el kell hogy kezdődjék	Főleg nagyértékű erőforrások allokációjára (adott erőforrás folyamatos munkavégzésének előírására) szolgáló kapcsolat
$\left. \begin{array}{l} \text{BB}_{f(T_k)} \\ \text{KK}_{f(T_m)} \end{array} \right\}$ „(min) általános kettős kapcsolat”	A követő (viszonyított) és a megelőző (viszonyítási alap) tevékenység kezdése között <u>legalább</u> $f(T_m)$ egységnyi, befejezéseik között pedig <u>legalább</u> $f(T_k)$ egységnyi követési idő biztosítandó ! (<i>a tevékenységidők függvényében megadott időparaméterekkel</i>)	Pl. a minimális <u>térköz</u> biztosításának tipikus eszköze. A kapcsolat időparaméterei az érintett tevékenységek előrehaladási ütemének (időtartamának) <u>függvényében</u> kerülnek meghatározásra
$\left. \begin{array}{l} -\text{BB}_{f(T_k)} \\ -\text{KK}_{f(T_m)} \end{array} \right\}$ „(max) általános kettős kapcsolat”	A követő (viszonyított) és a megelőző (viszonyítási alap) tevékenység kezdése között <u>legfeljebb</u> $f(T_m)$ egységnyi, befejezéseik között pedig <u>legfeljebb</u> $f(T_k)$ egységnyi követési idő biztosítandó ! (<i>a tevékenységidők függvényében megadott időparaméterekkel</i>)	Kellő körültekintéssel állagmegóvási, illetve munkaterület korlátozási feltételek kapcsolata lehet. Alkalmazása azonban sok veszélyt rejt magában, ezért ha nem szükséges, ne használjuk !

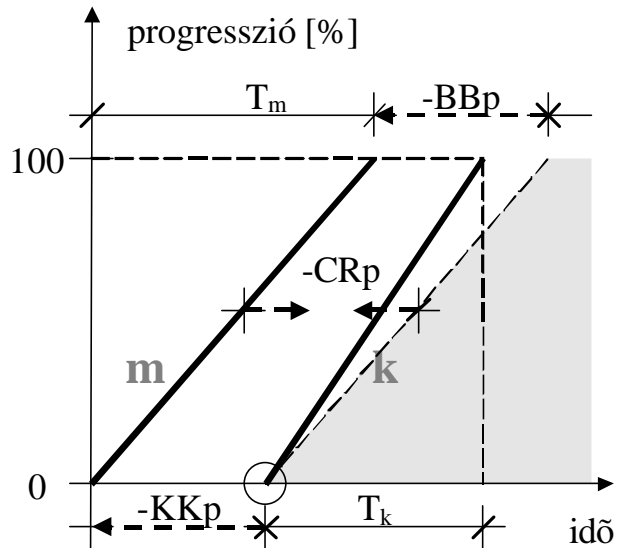
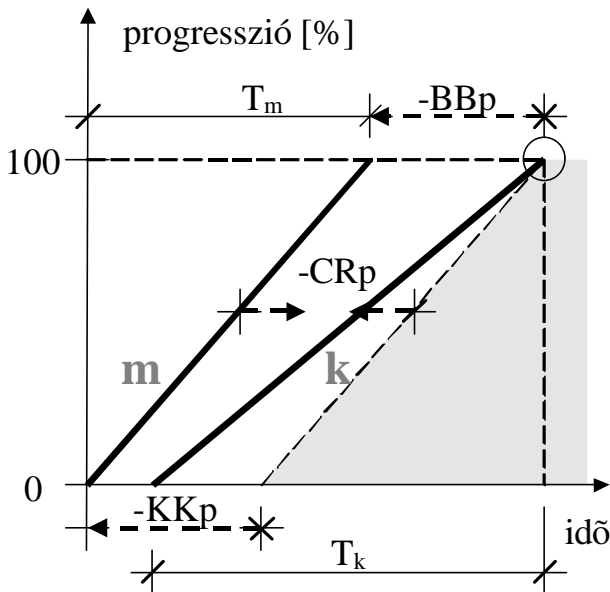
Technológiai szünet biztosítása



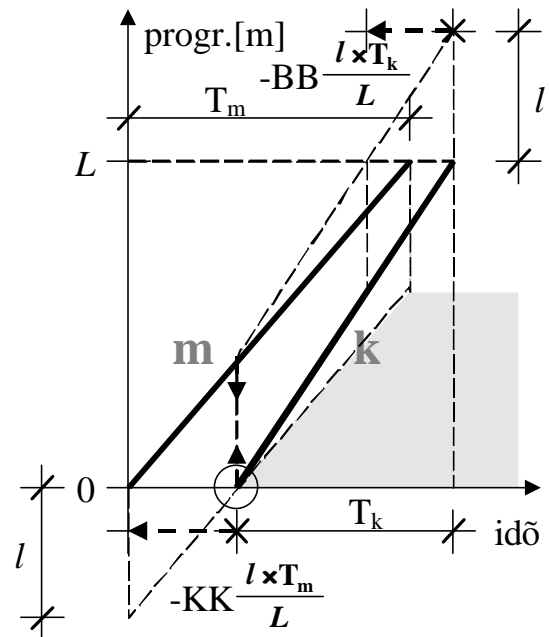
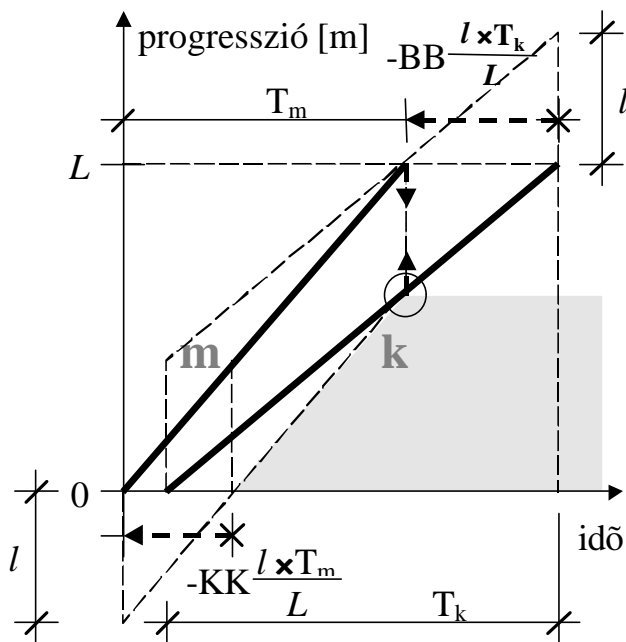
Térköz biztosítása



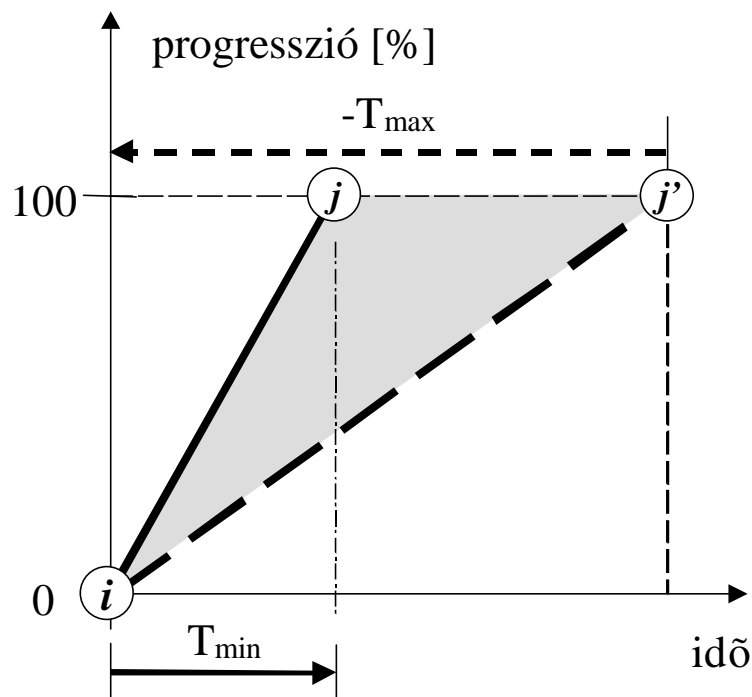
Állagmegóvás



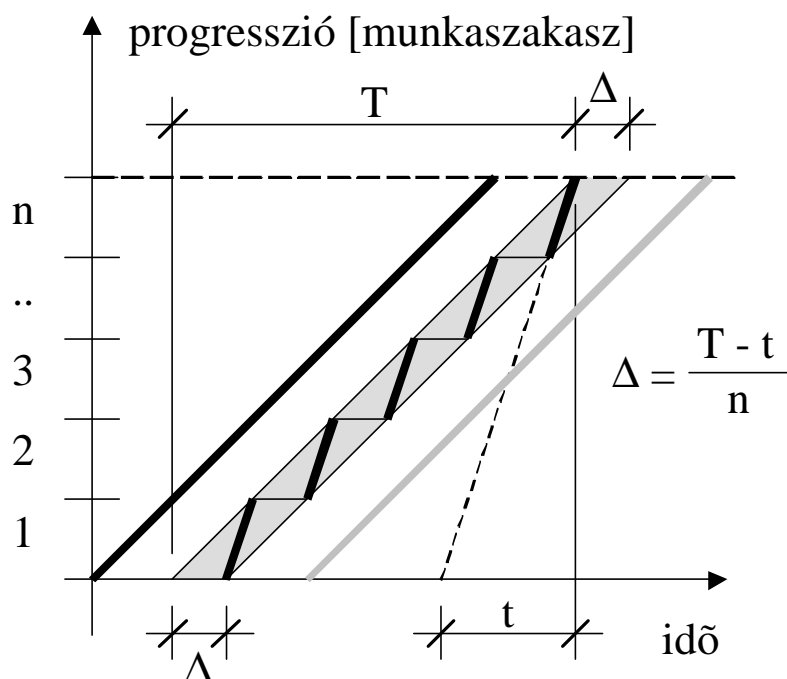
Munkaterület korlátozás



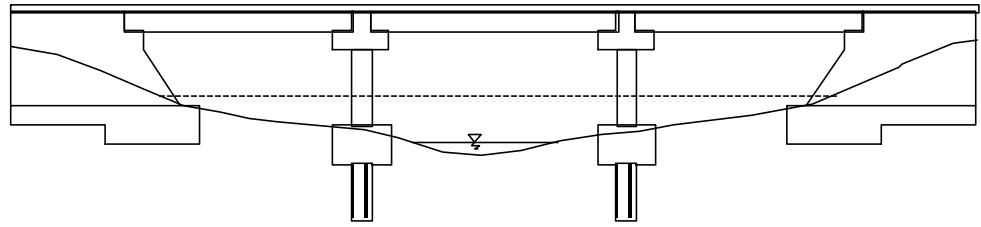
Tevékenységidő korlátozás



Virtuális lassítás / paradoxon /



MPM hálós feladat:



Bal hídfő

Bal mederpillér

Jobb mederpillér

Jobb hídfő

Terület előkészítés

0	2	2
0	0	2

Cölöp alapozás

0	10	10
0	0	10

Síkalapozás

0	6	6
3	3	9

12	5	17
15	3	20

20	5	25
20	0	25

6	6	12
9	3	15

Felmenő szerkezet

11	5	16
18	7	23

22	2	24
28	6	30

30	2	32
30	0	32

17	5	22
23	6	28

Áthidaló szerkezet

50	2	52
50	0	52

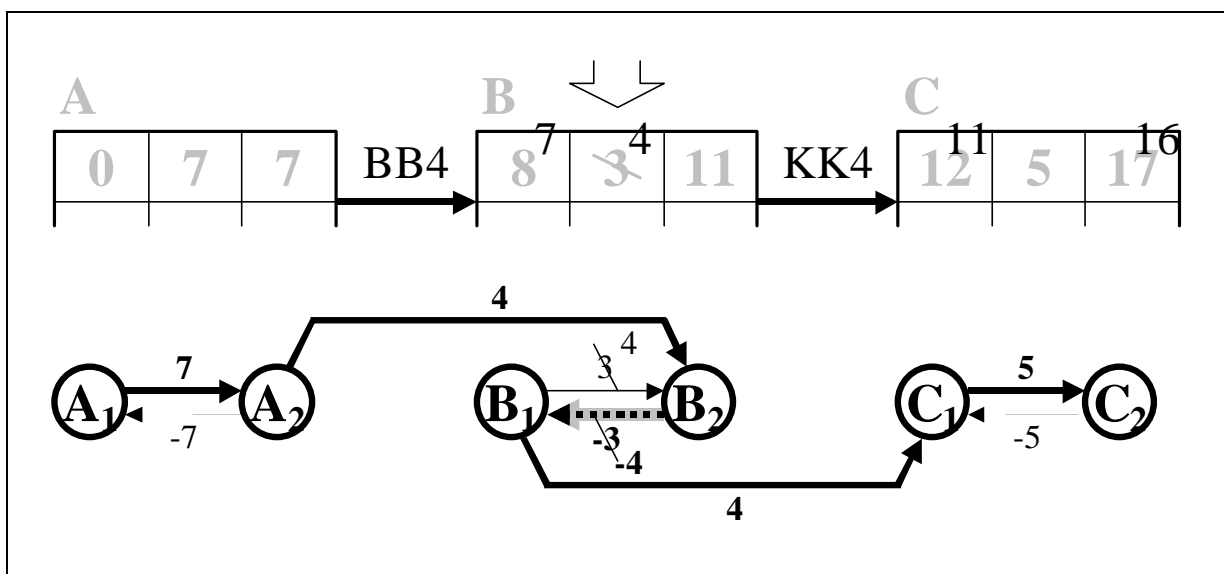
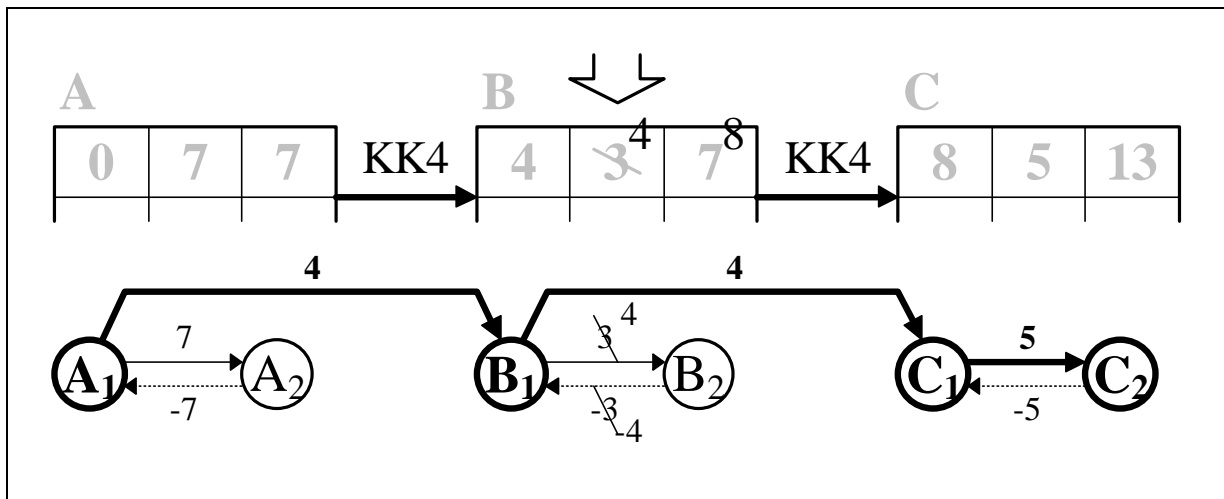
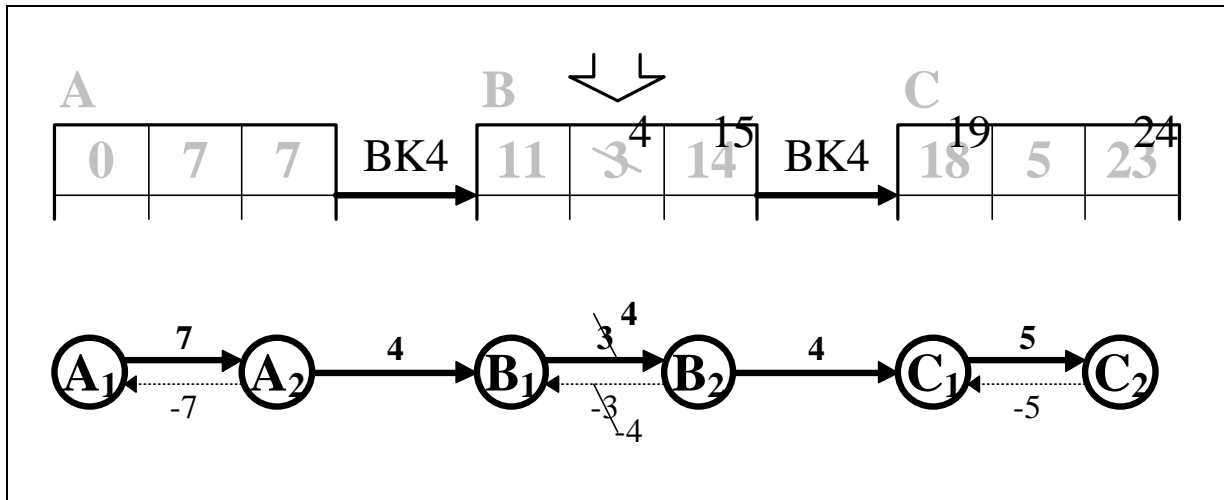
52	2	54
52	0	54

54	2	56
54	0	56

Pályaszerkezet + befejező m.

56	4	60
56	0	60

Kritikusság / Dominancia típusok



General Time Model (GTM)

*1997 : Magyarország, Z. A. Vattai,
Multi-projekt menedzsment (MÁV)*

Csomópont :

határ-időpont, "esemény"
(kezdés, befejezés, mérföldkő)

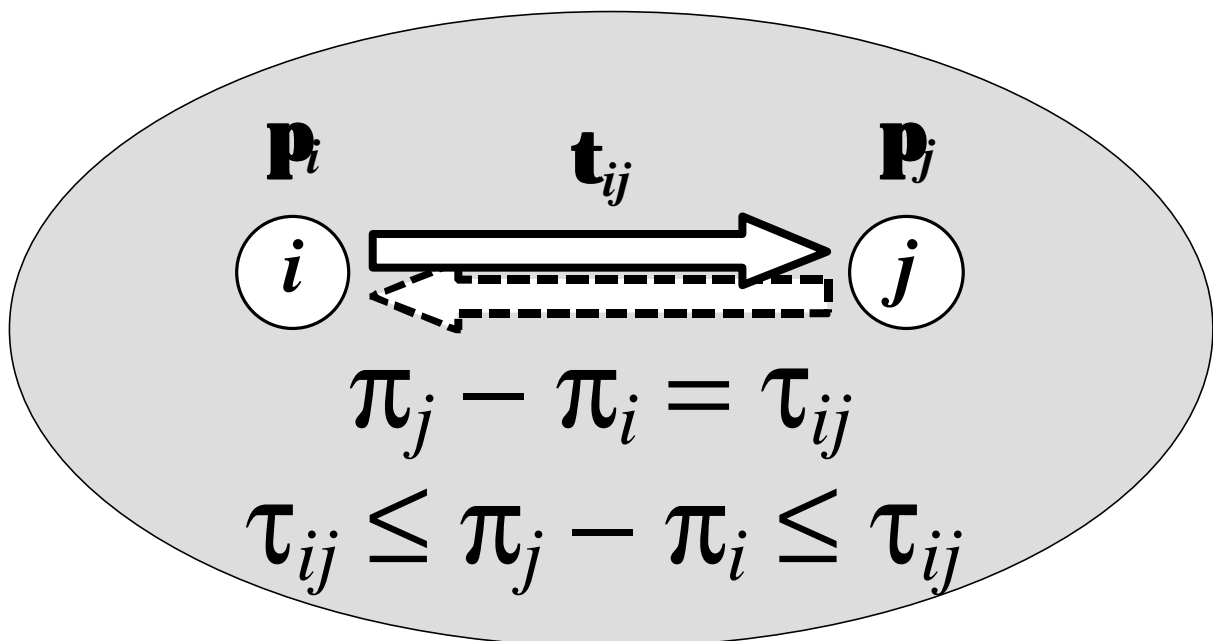
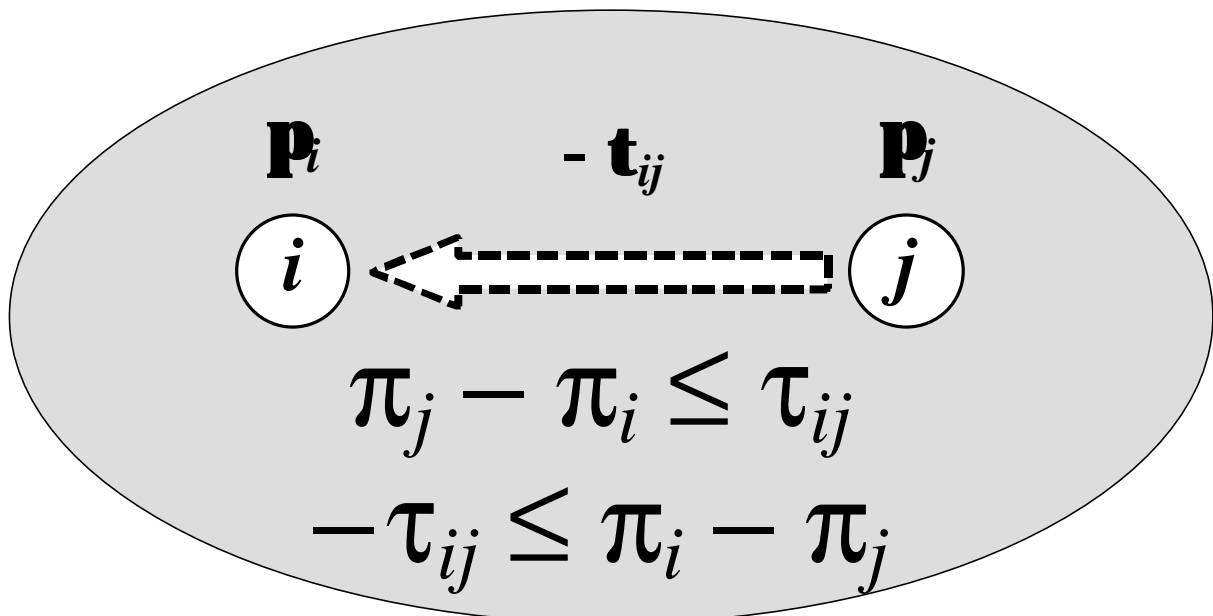
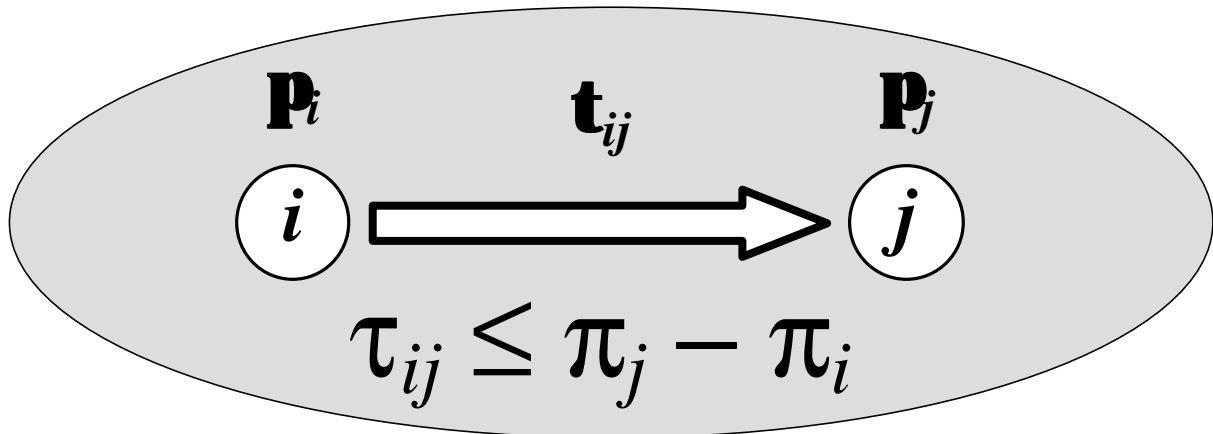
Él : összerendelés, összevetés, reláció kijelölés
(tevékenység, technológiai szünet,
követés, késleltetés, várakozás, stb.)

Paraméterek (súlyok) :

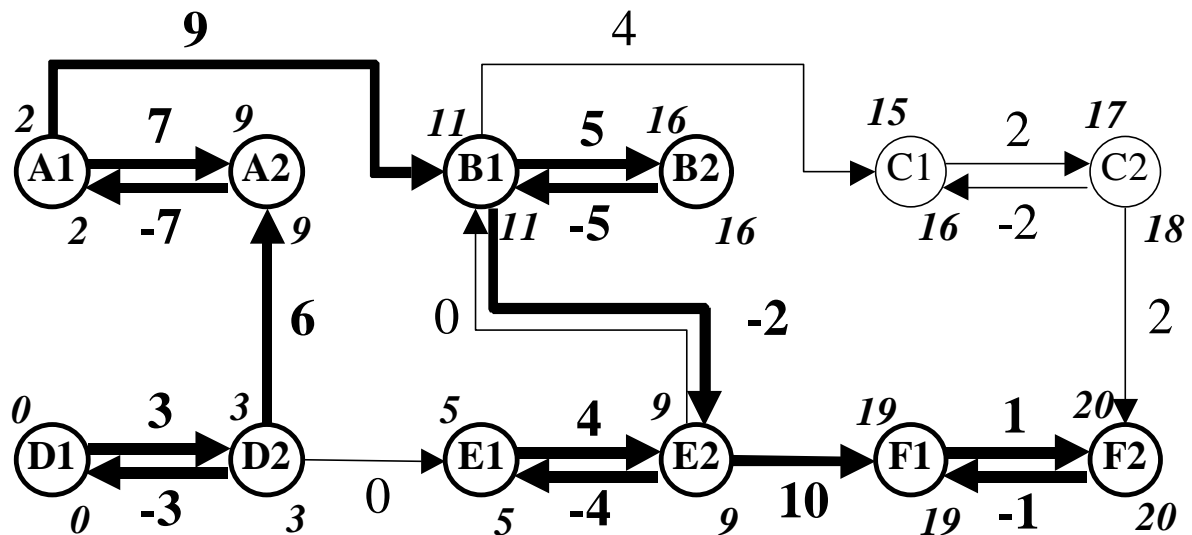
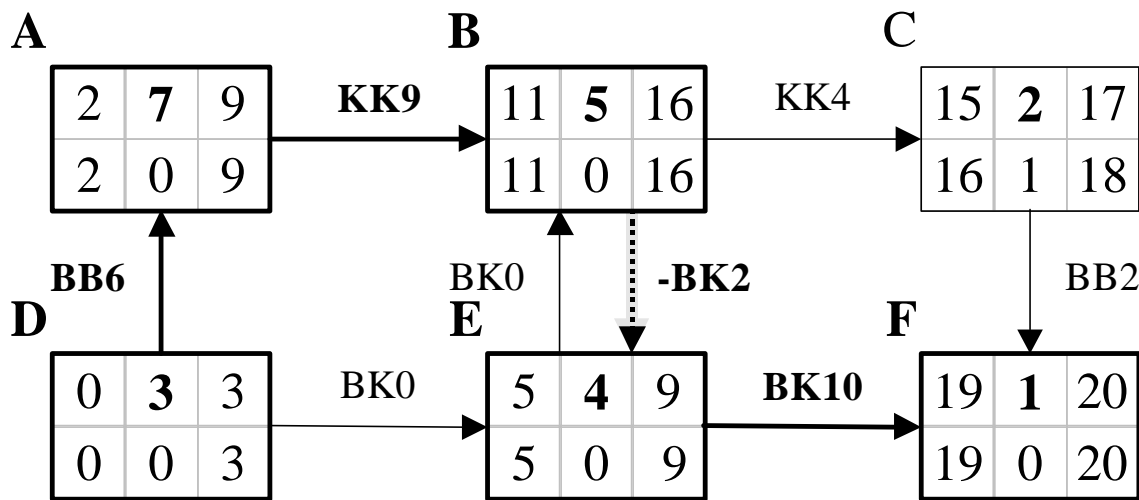
reláció-paraméterek, alsó korlát-értékek,
idő-potenciálok,
(determinisztikus változók)

Cél : a projekt időbeli lefolyásának modellezése
az ismert gráf-technikai időtervezési
eljárások (PERT,CPM,MPM) korlátainak
feloldásával, rugalmas típus-technológiák,
állékony logikai struktúrák létrehozása

Relációk "homogenizálása"



MPM^{time} ® GTM feladat :



	A1	A2	B1	B2	C1	C2	D1	D2	E1	E2	F1	F2	π^{\max}
A1	2	7	9										2
A2	-7	9											9
B1			11	5	4						-2		11
B2			-5	16									16
C1					2								16
C2					-2							2	18
D1							0	3					0
D2		6					-3	3	0				3
E1									5	4			5
E2			0						-4	9	10		9
F1											19	1	19
F2											-1	20	20
π^{\min}	2	9	11	16	15	17	0	3	5	9	19	20	

NÉGY "BŰVÖS KÉRDÉS"

a hálós időtervezés témaköréből

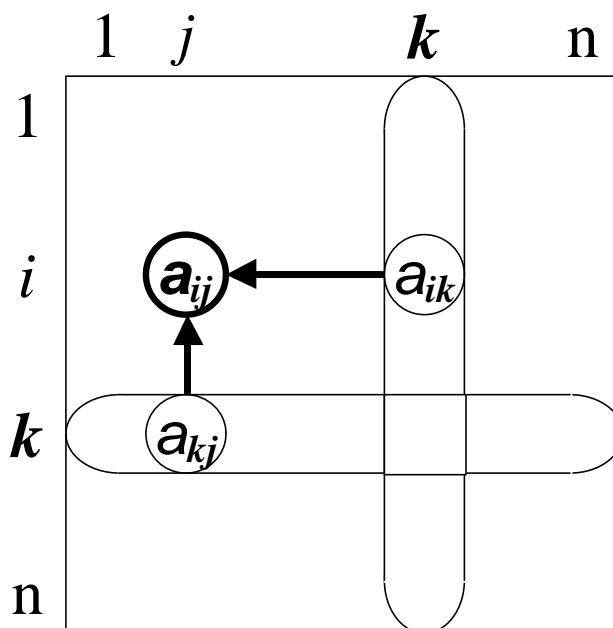
- 1., Tevékenység-él típusú hálós ütemterven tartalékidővel nem rendelkező tevékenység időtartama δ értékkel megnő.
Mi lesz a háló teljes átfutási idejével ?
- 2., Tevékenység-él típusú hálós ütemterven tartalékidővel nem rendelkező tevékenység időtartama δ értékkel csökken.
Mi lesz a háló teljes átfutási idejével ?
- 3., Tevékenység-csomó típusú hálós ütemterven tartalékidővel nem rendelkező tevékenység időtartama δ értékkel megnő.
Mi lesz a háló teljes átfutási idejével ?
- 4., Tud-e olyan esetet említeni, amikor egy tartalékidővel nem rendelkező tevékenység egyaránt "*pozitív-*", "*negatív-*", "*kezdés-*", és "*befejezés-kritikus*" ?

GRÁFOK GLOBÁLIS

(valamennyi viszonylatra történő)

VIZSGÁLATA

Viszonylat: irányított csomópont pár $[i,j]$



Trivialitás:

Egy gráfon ha létezik $P[i,k]$ út, és létezik $P[k,j]$ út is, akkor létezik $P[i,j]$ út is.

Ezen összefüggésben k pontot az $[i,j]$ viszonylat közvetítő pontjának-, míg valamennyi $P[i,j]$ utat – együttesen – ($[i,j]$ viszonylatbeli) elérési lehetőségnek (a_{ij}) nevezzük.

$\mathbf{A} \mathbf{j} (\underline{\underline{A}})$ transzformáció család

$$\mathbf{j}^0(\underline{\underline{A}}) = \underline{\underline{A}}$$

$$\mathbf{j}^k(\underline{\underline{A}}) = \mathbf{j}(\mathbf{j}^{k-1}(\underline{\underline{A}})) \quad | \quad \mathbf{k} = 1, 2, \dots, n$$

Kiinduló mátrix („közvetlen elérési tábla”):

Alaphelyzet („üres” mátrix):	$a_{ij} = M$	" i,j De!:
Nem súlyozott gráfnál:	$a_{ij} = 1$ Ha [i,j] él létezik	" i,j
Súlyozott gráfnál:	$a_{ij} = t_{ij}$ Ha [i,j] él létezik	" i,j

Mátrix transzformációk:

$$a_{ij}^0 = a_{ij} \quad " i,j$$

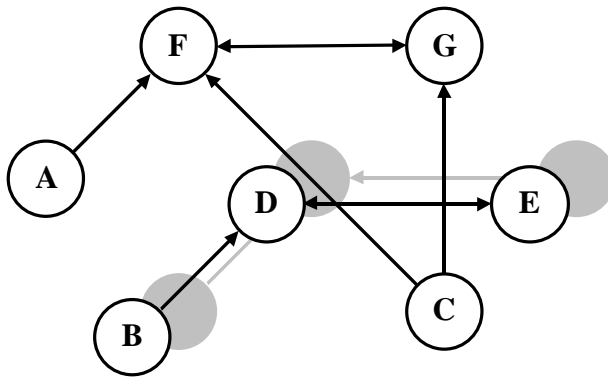
$$a_{ij}^k = \mathbf{j} \left(a_{ij}^{k-1}, a_{ik}^{k-1}, a_{kj}^{k-1} \right) \quad | \quad a_{ik}^{k-1} \neq M; \quad a_{kj}^{k-1} \neq M; \quad i \neq k; \quad j \neq k \quad \mathbf{ü} \\ \mathbf{y} \quad " i,j \\ \mathbf{p} \\ \text{egyébként} \\ \mathbf{k} = 1, 2, \dots, n$$

Alap feladatok:

<i>Integritás vizsgálatok:</i>	$M = 0;$	$\varphi(a_{ij}^{k-1}, a_{ik}^{k-1}, a_{kj}^{k-1}) = 1;$	(irányítatlan élek !)
<i>Dominancia vizsgálatok:</i>	$M = 0;$	$\varphi(a_{ij}^{k-1}, a_{ik}^{k-1}, a_{kj}^{k-1}) = 1;$	(irányított élek !)
<i>Hurok keresés:</i>	$M = 0;$	$\varphi(a_{ij}^{k-1}, a_{ik}^{k-1}, a_{kj}^{k-1}) = \max \{ a_{ij}^{k-1}, 2 - a_{ij}^{k-1} \}$	
<i>Útváriánsok leszámllálása:</i>	$M = 0;$	$\varphi(a_{ij}^{k-1}, a_{ik}^{k-1}, a_{kj}^{k-1}) = a_{ij}^{k-1} + (a_{ik}^{k-1} \cdot a_{kj}^{k-1})$	
<i>Súlypont/Centrum/Átló:</i>	$M = +\mathbf{Y};$	$\varphi(a_{ij}^{k-1}, a_{ik}^{k-1}, a_{kj}^{k-1}) = \min \{ a_{ij}^{k-1}, a_{ik}^{k-1} + a_{kj}^{k-1} \}$	
<i>A leghosszabb spúr:</i>	$M = -\mathbf{Y};$	$\varphi(a_{ij}^{k-1}, a_{ik}^{k-1}, a_{kj}^{k-1}) = \max \{ a_{ij}^{k-1}, a_{ik}^{k-1} + a_{kj}^{k-1} \}$	

INTEGRITÁS VIZSGÁLATOK

$$(M = 0; \varphi (a_{ij}^{k-1}, a_{ik}^{k-1}, a_{kj}^{k-1}) = 1)$$



	A	B	C	D	E	F	G
A	1					1	
B	2			1			
C	3					1	1
D	4	1			1		
E	5			1			
F	6	1	1				1
G	7		1			1	

Kiegészített struktúra tábla

	A	B	C	D	E	F	G
A	1					1	
B	2			1			
C	3					1	1
D	4	1			1		
E	5			1			
F	6	1	1			1	1
G	7		1			1	

K = 1

	A	B	C	D	E	F	G
A	1					1	
B	2			1			
C	3					1	1
D	4	1		1	1		
E	5			1			
F	6	1	1			1	1
G	7		1			1	

K = 2

	A	B	C	D	E	F	G
A	1					1	
B	2	1		1	1		
C	3					1	1
D	4	1		1	1		
E	5	1		1	1		
F	6	1	1			1	1
G	7		1			1	1

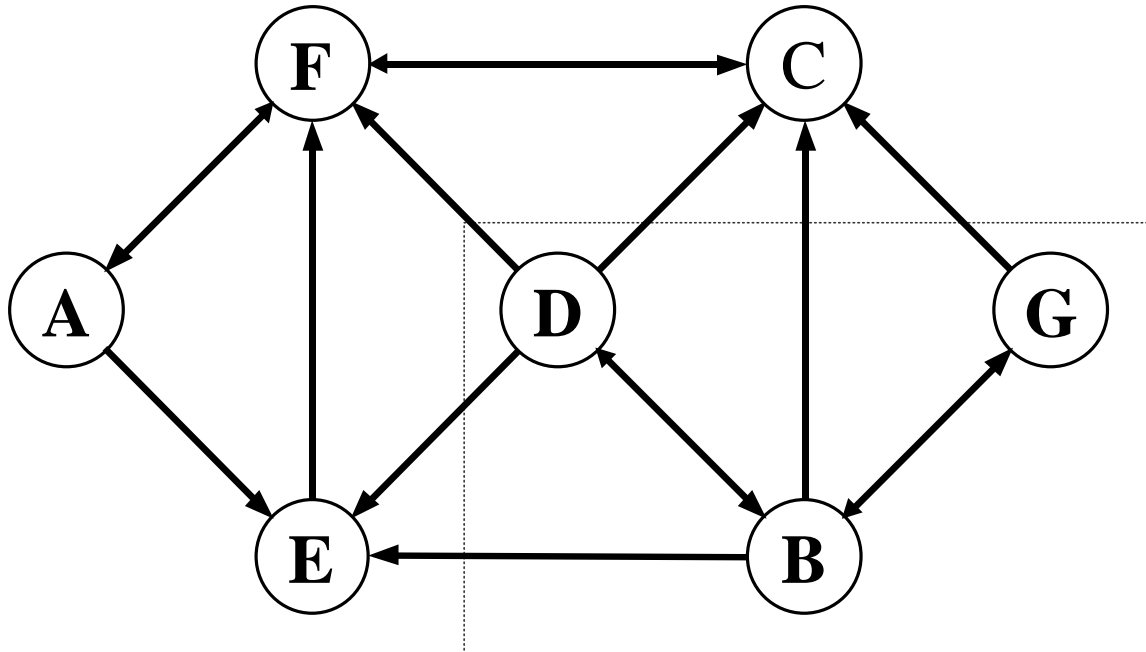
... K = 4 ...

	A	C	F	G	B	D	E
A	1	1	1	1			
C	3	1	1	1			
F	6	1	1	1			
G	7	1	1	1			
B	2				1	1	1
D	4				1	1	1
E	5				1	1	1

Az átrendezett teljes elérési tábla

DOMINANCIA VIZSGÁLATOK

$$(M = 0; \varphi (a_{ij}^{k-1}, a_{ik}^{k-1}, a_{kj}^{k-1}) = 1)$$



Domináns pont(halmaz): A gráf azon i pontja (-inak halmaza), melyből a gráf valamennyi pontjához út vezet. ($P[i,j]$ minden j $\neq i$ -re létezik.)

Dominált pont(halmaz): A gráf azon i pontja (-inak halmaza), melyhez a gráf valamennyi pontjából út vezet. ($P[j,i]$ minden $j \neq i$ -re létezik.)

	A	B	C	D	E	F	G
A	1				1	1	
B	2		1	1	1		1
C	3					1	
D	4	1	1		1	1	
E	5					1	
F	6	1		1			
G	7		1	1			

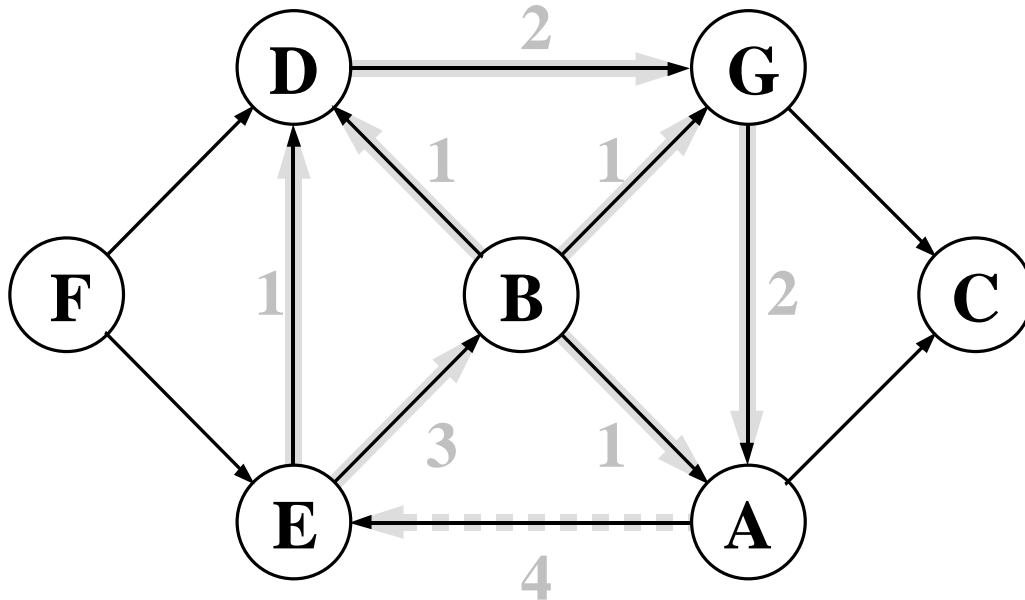
	A	B	C	D	E	F	G	
A	1	1		1		1	1	
B	2	1	1	1	1	1	1	○
C	3	1		1		1	1	
D	4	1	1	1	1	1	1	○
E	5	1		1		1	1	
F	6	1		1		1	1	
G	7	1	1	1	1	1	1	○

○ ○ ○ ○

A közvetlen- és a teljes elérési tábla a domináns- és a dominált ponthalmaz jelölésével

HUROK KERESÉS

$$(M=0; \varphi (a_{ij}^{k-1}, a_{ik}^{k-1}, a_{kj}^{k-1}) = \max \{ a_{ij}^{k-1}, 2 - a_{ij}^{k-1} \})$$

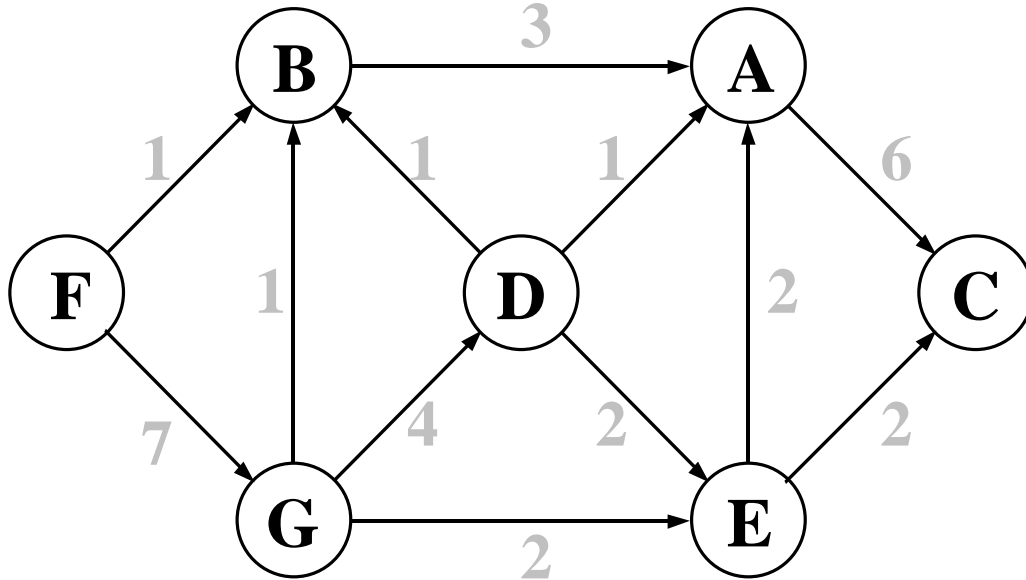


	A	B	C	D	E	F	G
A	1	2	2	1	2	1 ⁴	2
B	2	1 ¹	2	2	1 ¹	2	1 ¹
C	3						
D	4	2	2	2	2		1 ²
E	5	2	1 ³	2	1 ¹	2	2
F	6	2	2	2	1	1	2
G	7	1 ²	2	1	2	2	2

A teljes elérési tábla a hurokélek becsült befoglaló hurok-variáns számaival

ÚTVARIÁNSOK LESZÁMLÁLÁSA

$$(M = 0; \varphi (a_{ij}^{k-1}, a_{ik}^{k-1}, a_{kj}^{k-1}) = a_{ij}^{k-1} + (a_{ik}^{k-1} \cdot a_{kj}^{k-1}))$$

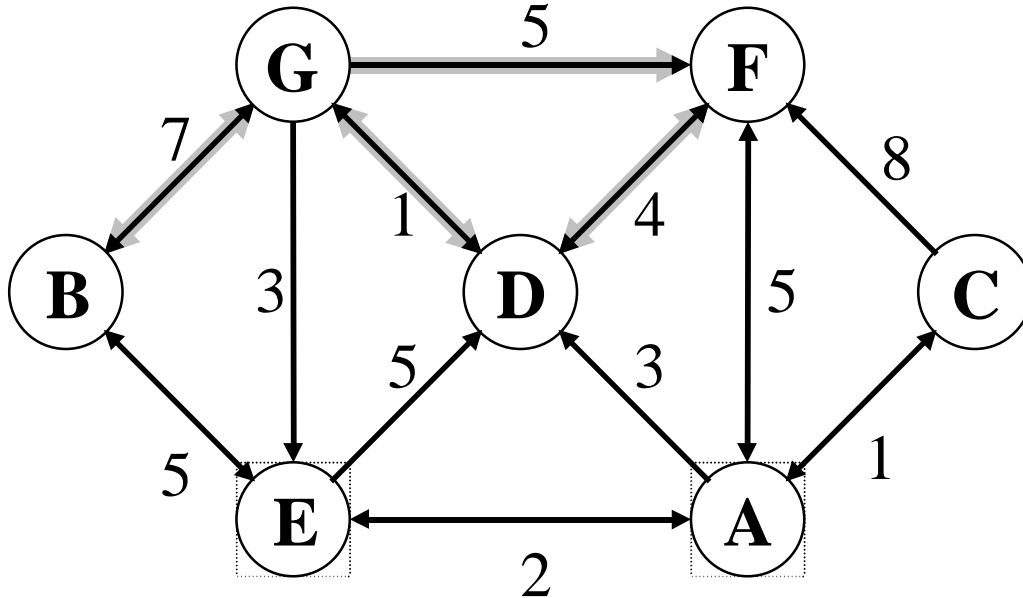


	A	B	C	D	E	F	G
<i>i \ j</i>	1	2	3	4	5	6	7
A	1		1 ⁶				
B	2	1 ³	1				
C	3						
D	4	3 ¹	4		1 ²		
E	5	1 ²	2 ²				
F	6	6	3 ¹	8	1	2	1 ⁷
G	7	5	2 ¹	7	1 ⁴	2 ²	

A teljes elérési tábla az élek FC viszonylatbeli befoglaló út-variáns számaival

Súlypont / Centrum / Átló keresés

$$(M = +\infty; \varphi (a_{ij}^{k-1}, a_{ik}^{k-1}, a_{kj}^{k-1}) = \min \{ a_{ij}^{k-1}, a_{ik}^{k-1} + a_{kj}^{k-1} \})$$



Súlypont: A gráf azon pontja, melyből (melyhez) a gráf valamennyi más pontjához (pontjából) vezető legrövidebb utak hosszának összege a lehető legkisebb.

Centrum: A gráf azon pontja, melyből (melyhez) a gráf valamennyi más pontjához (pontjából) vezető legrövidebb utak közül a leghosszabb is a lehető legrövidebb.

Átló: A gráf viszonylatain a legrövidebb utak közül a leghosszabb (M^*)

	A	B	C	D	E	F	G
A	1		1	3	2	5	
B	2				5		7
C	3	1				8	
D	4					4	1
E	5	2	5		5		
F	6	5		4			
G	7		7		1	3	5

A közvetlen- és a teljes elérési tábla a **Forrás-** és **Nyelő** oldali **Súlypont** és **Centrum**, valamint az **átló** jelölésével

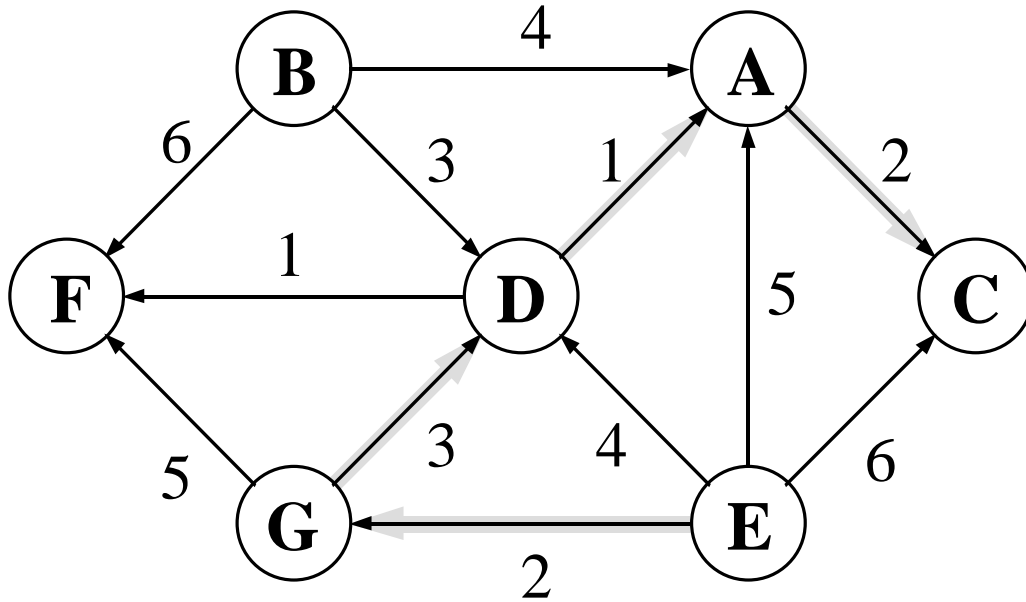
	A	B	C	D	E	F	G	FS	FC	
A	1	2	7	1	3	2	5	4	22	7
B	2	7	10	8	8	5	12	7	47	12
C	3	1	8	2	4	3	6	5	27	8
D	4	6	8	7	2	4	4	1	30	8
E	5	2	5	3	5	4	7	6	28	7
F	6	5	12	6	4	7	8	5	39	12
G	7	5	7	6	1	3	5	2	27	7

NS 26 47 31 25 **24** 39 28

NC **7** 12 8 8 **7** 12 **7**

A LEGHOSSZABB SPÚR

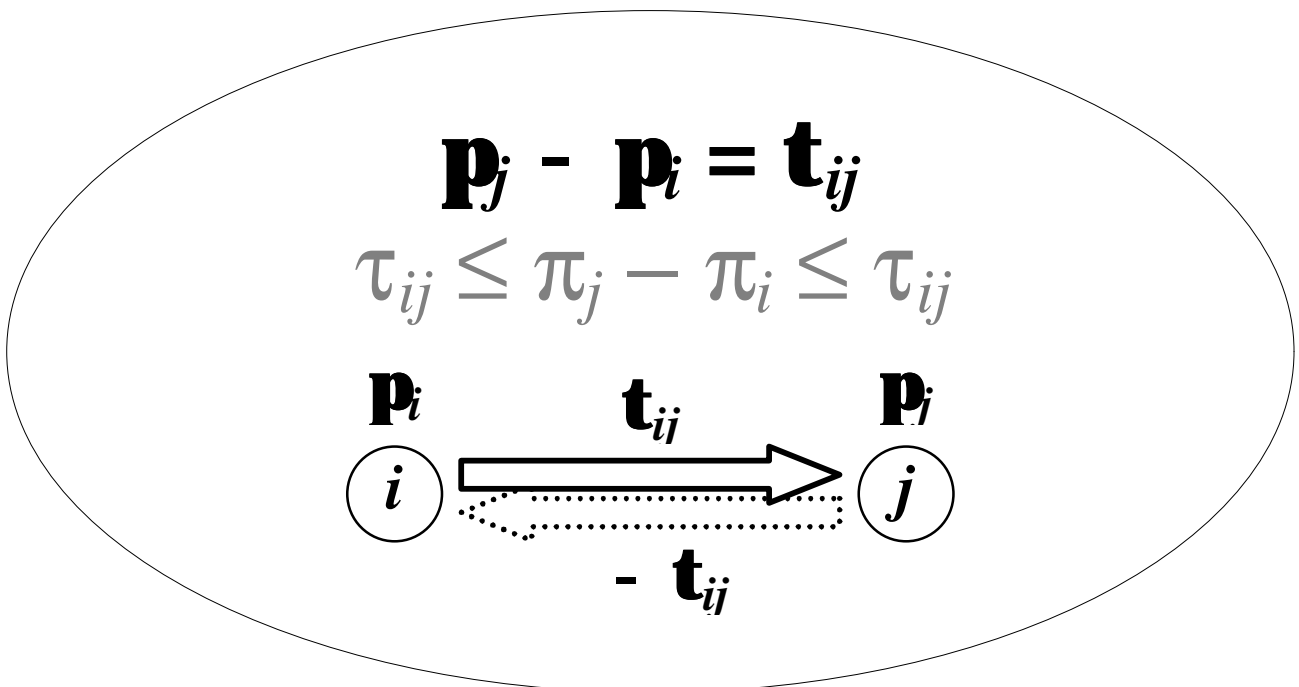
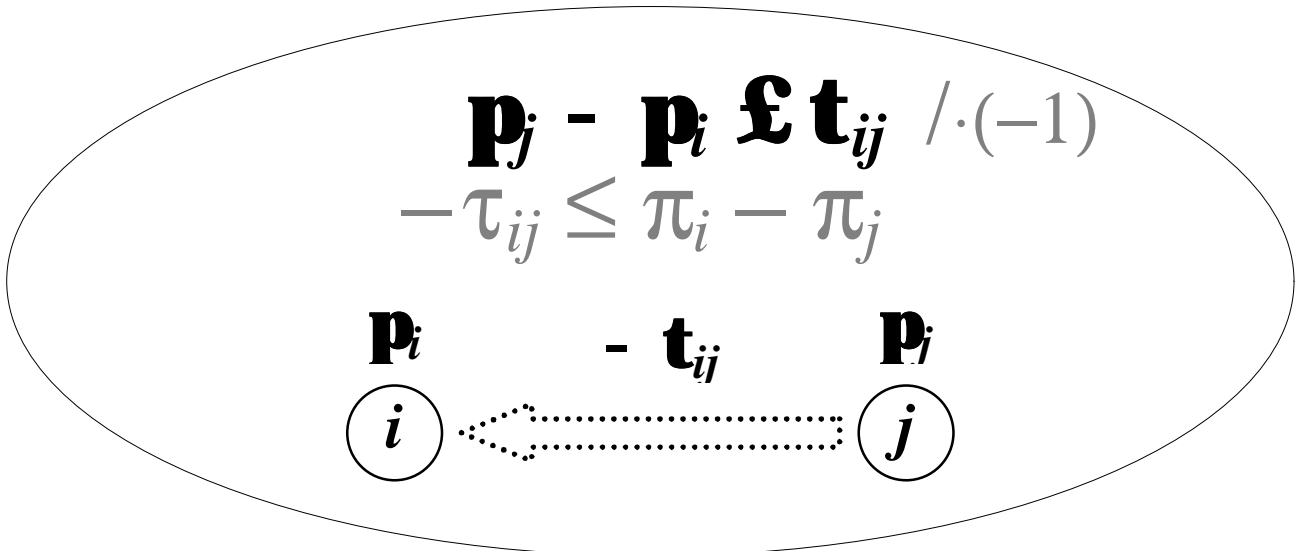
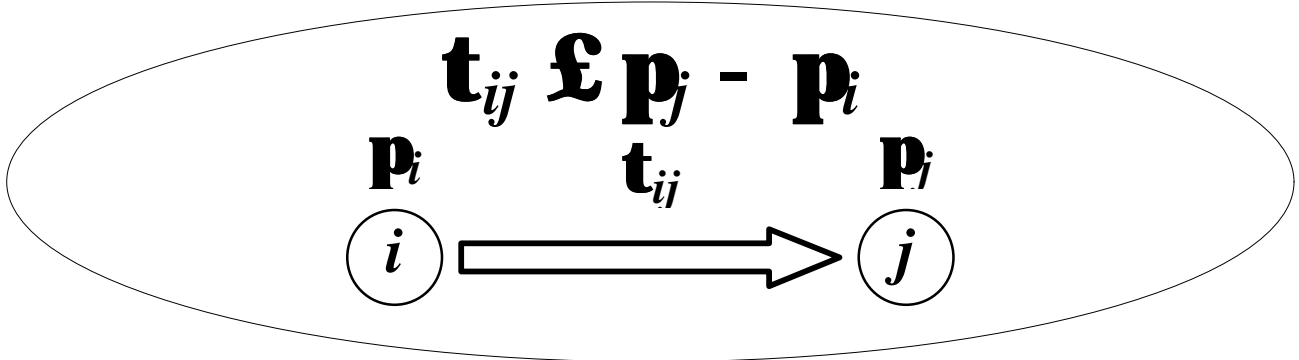
($M = -\infty$; $\varphi (a_{ij}^{k-1}, a_{ik}^{k-1}, a_{kj}^{k-1}) = \max \{ a_{ij}^{k-1}, a_{ik}^{k-1} + a_{kj}^{k-1} \}$)



	A	B	C	D	E	F	G
A	1		2 ²				
B	2	4 ⁴	6	3 ³		6 ⁶	
C	3						
D	4	1 ¹	3			1 ¹	
E	5	6 ⁵	8 ⁶	5 ⁴		7	2 ²
F	6						
G	7	4	6	3 ³		5 ⁵	

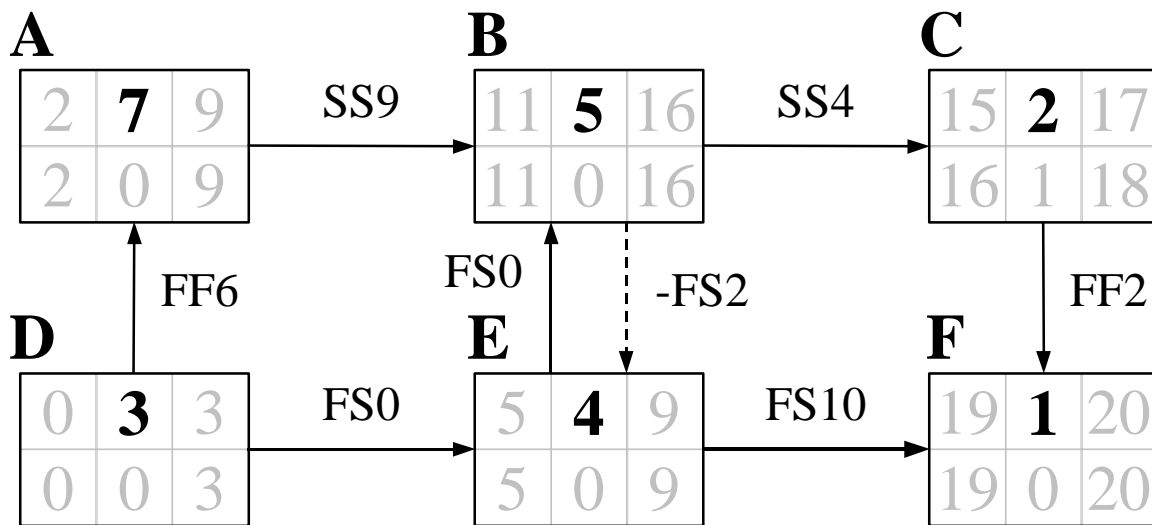
GTM (Általános időmodell)

Relációk homogenizálása

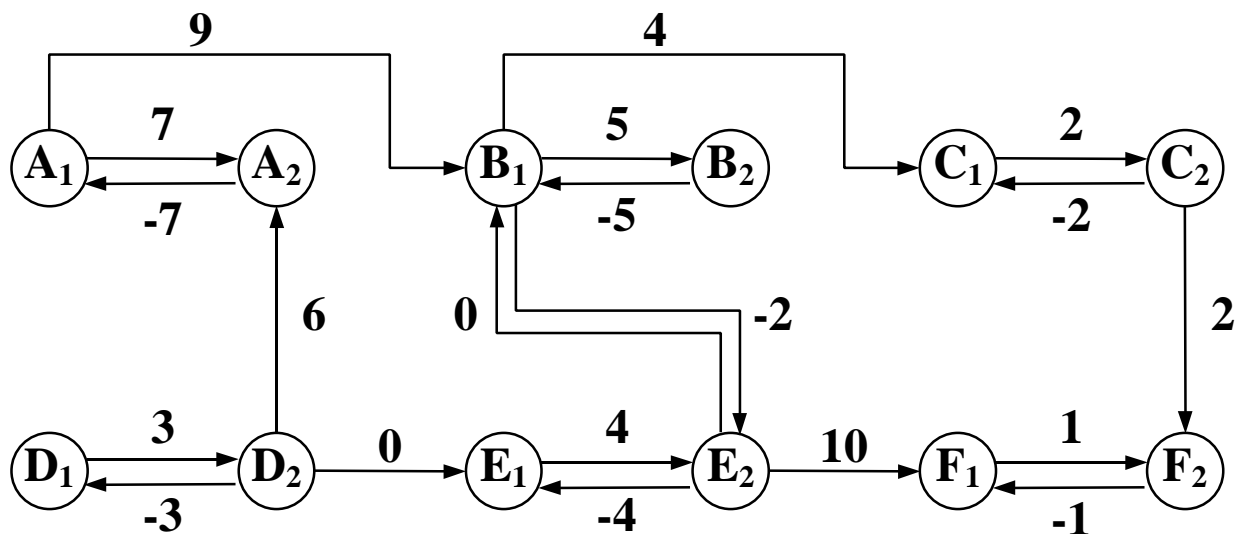


MPM/PDM → GTM

MPM/PDM hálós időmodell heterogén feltételekkel



MPM/PDM modell GTM átirata homogén feltételrendszerrel



Módosított/új fogalmak

Pozitív forrás :

Csomópont mely legalább egy nem-negatív élparaméterû élnek kezdőpontja, de egyetlen nem-negatív élparaméterû élnek sem végpontja

Pozitív nyelő :

Csomópont mely legalább egy nem-negatív élparaméterû élnek végpontja, de egyetlen nem-negatív élparaméterû élnek sem kezdőpontja

Pozitív/Negatív/Null hurok :

Adott hurok élparamétereinek összege alapján

Felismerés :

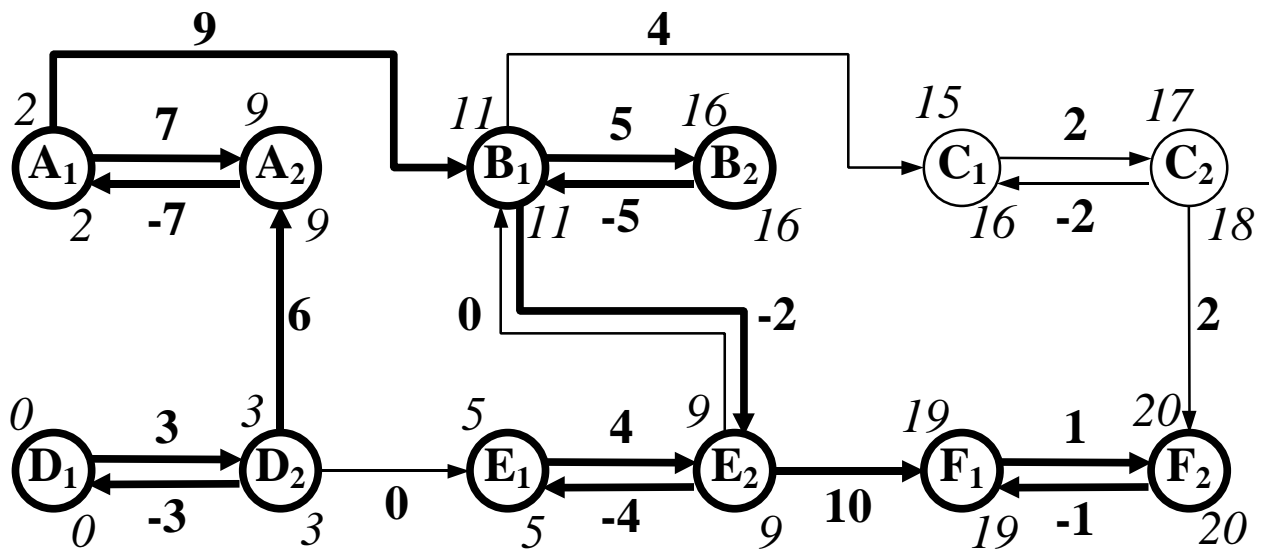
A leghosszabb út első- és utolsó éle nem lehet negatív élparaméterû !

Kritikus út :

Pozitív források és pozitív nyelők közötti leghosszabb utak alkotta rész-gráf

Gráf megkötés : - (Pozitív hurok !)

Időpotenciálok meghatározása



$\mathbf{P}^f \backslash \mathbf{P}^n$		20		20						20		\mathbf{P}^{\max}		
		A ₁	A ₂	B ₁	B ₂	C ₁	C ₂	D ₁	D ₂	E ₁	E ₂		F ₁	F ₂
0	A ₁	0	7	9	14	13	15			3	7	17	18	2
	A ₂	-7	0	2	7	6	8			-4	0	10	11	20 9
	B ₁			0	5	4	6			-6	-2	8	9	11
	B ₂			-5	0	-1	1			-11	-7	3	4	20 16
	C ₁					0	2					3	4	16
	C ₂					-2	0					1	2	18
0	D ₁	2	9	11	16	15	17	0	3	5	9	19	20	0
	D ₂	-1	6	8	13	12	14	-3	0	0	2	6	16	3
	E ₁			4	9	8	10			0	4	14	15	5
	E ₂			0	5	4	6			-4	0	10	11	9
	F ₁											0	1	19
	F ₂											-1	0	20
\mathbf{P}^{\min}		0	9	11	16	15	17	0	3	5	9	19	20	2

A

B

D

E

G

C

F

	A	B	C	D	E	F	G
A							
B							
C							
D							
E							
F							
G							

i \ j	1	2	3	4	5	6	7
1							
2							
3							
4							
5							
6							
7							

i \ j	1	2	3	4	5	6	7
1							
2							
3							
4							
5							
6							
7							

i \ j	1	2	3	4	5	6	7
1							
2							
3							
4							
5							
6							
7							

i \ j	1	2	3	4	5	6	7
1							
2							
3							
4							
5							
6							
7							

i \ j	1	2	3	4	5	6	7
1							
2							
3							
4							
5							
6							
7							

i \ j	1	2	3	4	5	6	7
1							
2							
3							
4							
5							
6							
7							

i \ j	1	2	3	4	5	6	7
1							
2							
3							
4							
5							
6							
7							

i \ j	1	2	3	4	5	6	7
1							
2							
3							
4							
5							
6							
7							