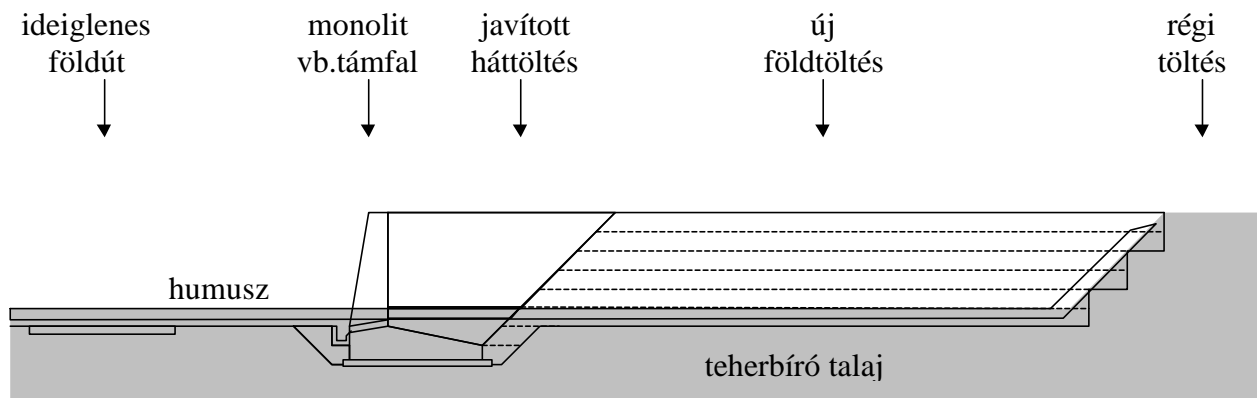


# VÁLLALKOZÁS

( tervezés - bonyolítás - változásmenedzsment )



Tevékenység				Munkanap																					
Sz	Megnevezés	Idő	Erőf.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
1	Humusz leszedés	2 n	1 dózer	█																					
2	Töltés lépcsőzés	4 n	10 ém		█	█	█	█																	
3	Tereprendezés	1 n	1 gréder				█																		
4	Munkagödör	2 n	1 kotró					█	█																
5	Szerelőbeton	3 n	5 ém						█	█	█														
6	Zsaluzás	3 n	2 ács							█	█	█													
7	Beton vasszerelés	5 n	4 vassz.								█	█	█	█	█										

$$\mathbf{T} = f ( \mathfrak{S}, \$, \mathbf{l}, \mathbf{m}, \mathbf{p} \dots )$$

$\mathfrak{S}$  : szabályozás

$\$$  : finanszírozás

$\mathbf{l}$  : elhelyezkedés

$\mathbf{m}$  : technológia

$\mathbf{p}$  : időszak

# GRÁF

( Gráf-technikai alapfogalmak )

## A "modell" szempontjából :

Jól beazonosított összetevők és a közöttük páronként feltárt összefüggések. ...

### összetevők :

- alkotórészek
- fázisok / állapotok
- folyamatok

:

### összefüggések :

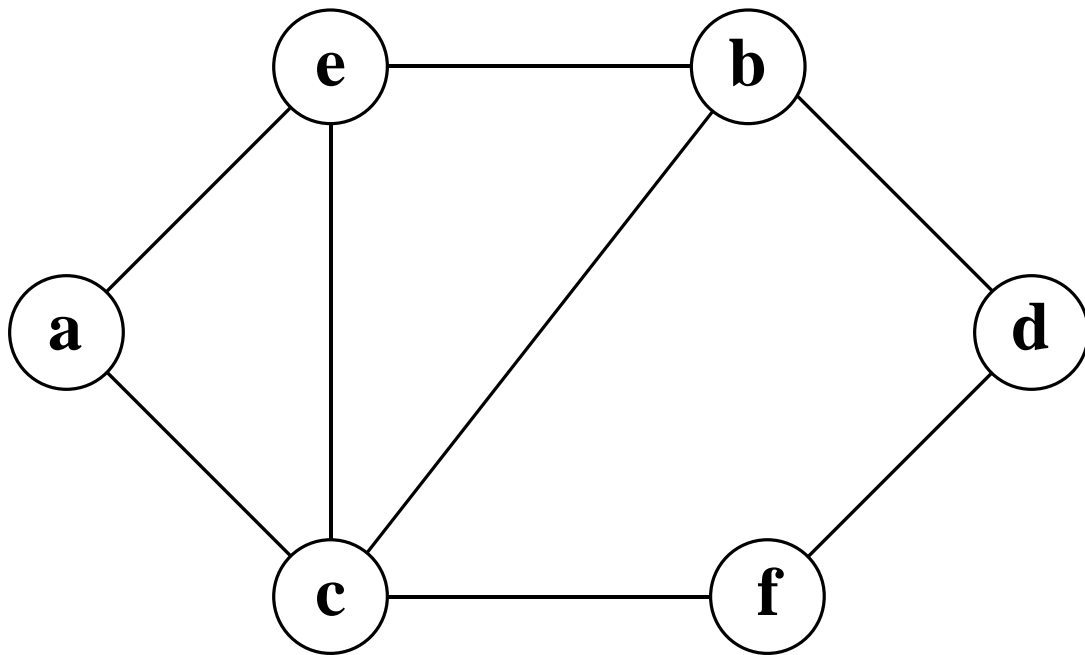
- kapcsolódások
- ok-okozati viszonyok
- sorrendiség

:

## Matematikailag :

Csomópontok és élek rendezett halmaza.

Él : összerendelt **csomópontpár** ...



**Ponthalmaz** (  $N = \text{"node"} = \text{csomópont}$  )

$$N = \{ a, b, c, d, e, f \}$$

**Élhalmoz** (  $E = \text{"edge"} = \text{él}$  )

$$E = [ \{a,c\}, \{a,e\}, \{b,c\}, \{b,d\}, \\ \{b,e\}, \{c,e\}, \{c,f\}, \{d,f\} ]$$

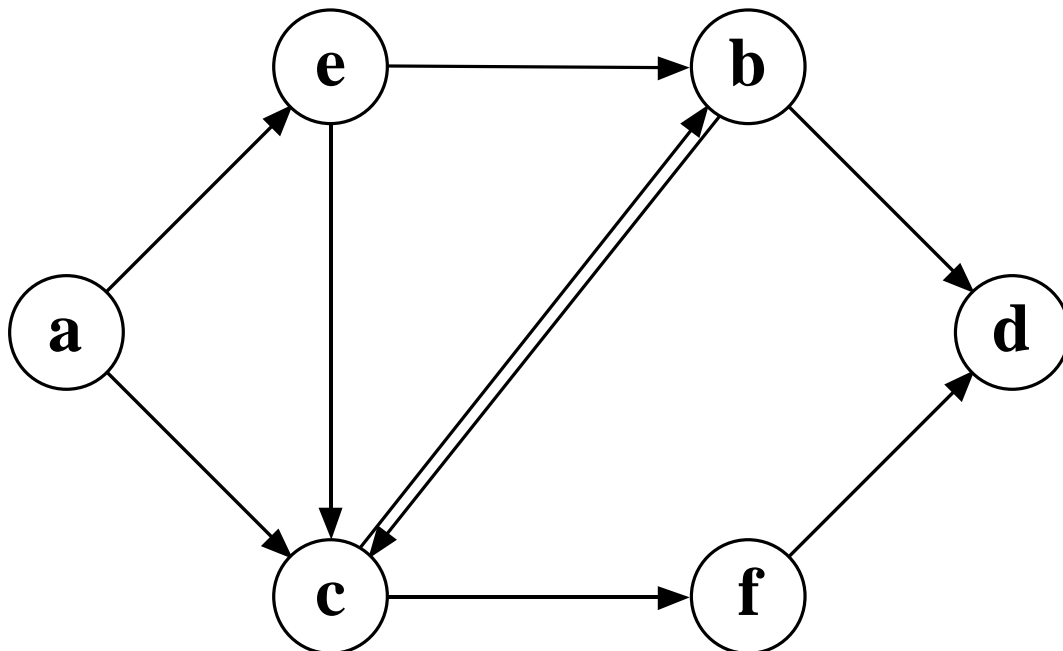
**Gráf** (  $G = \text{"graph"} = \text{"gráf"} @ \text{grafika}$  )

$$G = [ N, E ]$$

## Irányított él ( $A = \text{"arrow"} = \text{nyíl}$ )

Az összerendelt  $\{ i, j \}$  csomópontok között csak egyik irányban, pl. "i" -ből "j" -be értelmezünk kapcsolatot.

( A csomópontok sorrendje az irányultságot is mutatja. Pl:  $( i, j ), \dots ( a, e ), \dots$  )



$$N = \{ a, b, c, d, e, f \}$$

$$A = \{ (a,c), (a,e), (b,c), (b,d), \\ (c,b), (c,f), (e,b), (e,c), (f,d) \}$$

$$G = [N, A]$$

## Irányított Gráf :

( "DiGráf" = "Directed Graph" = irányított gráf )

"Olyan gráf, melynek valamennyi éle irányított"

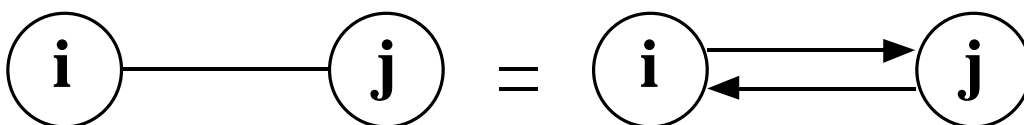
( *Implicite: két csomópont között csak egyetlen - irányított - él van megengedve* )

### Megjegyzés :

*Minden "nem irányított gráf" kezelhető irányított gráfként, hiszen bármely nem irányított él helyettesíthető ugyanazon két összerendelt csomópont között kettő darab ellentétes irányú irányított éllel*

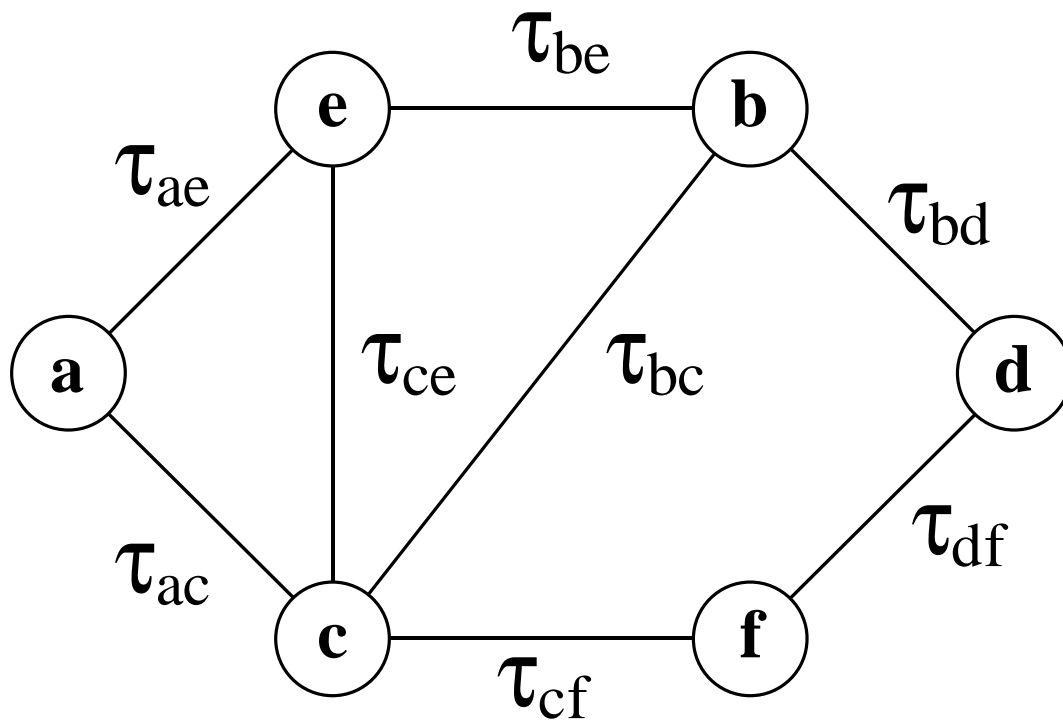
$$\{ i, j \} = \{ ( i, j ), ( j, i ) \}$$

( *Két csomópont között több irányított él létét is megengedhetjük* )



# Súlyozott Gráf

A csomópontokon és/vagy az éleken kvantitatív jellemzőket, ú.n. "súlyszámokat" értelmezünk



$$N = \{ a, b, c, d, e, f \}$$

$$E = [\{ a,c,\tau_{ac} \}, \{ a,e,\tau_{ae} \}, \{ b,c,\tau_{bc} \}, \{ b,d,\tau_{bd} \}, \\ \{ b,e,\tau_{be} \}, \{ c,e,\tau_{ce} \}, \{ c,f,\tau_{cf} \}, \{ d,f,\tau_{df} \}]$$

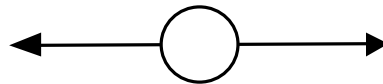
$$G = [ N, E, \tau ]$$

( *Irányított Gráfnál hasonlóan :  $G = [ N, A, \mathbf{t} ]$  )*

# Irányított gráfok alapfogalmai

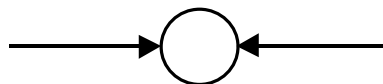
Forrás :

Csomópont, mely legalább egy élnek kezdőpontja, de egyetlen élnek sem végpontja



Nyelő :

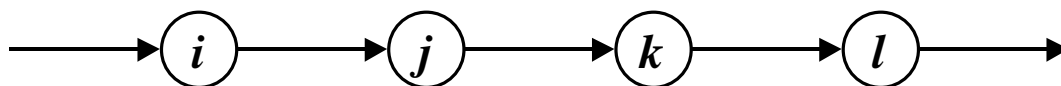
Csomópont, mely legalább egy élnek végpontja, de egyetlen élnek sem kezdőpontja



Út : ( "P" = "Path" = út/ösvény )

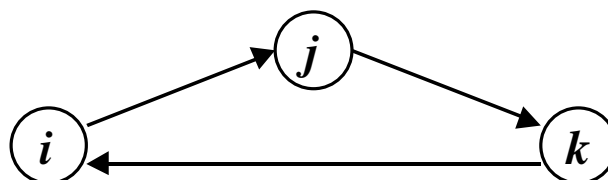
Irányított élek (hurokmentes) nyílfolytonos láncolata

Azonosításuk az érintett csomópontok felsorolásával. pl.:  $P[i,l] = \{ i, j, k, l \}$



Hurok :

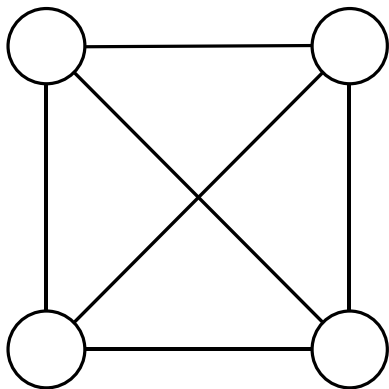
Út, melynek kezdő- és végpontja azonos  
Önmagába záródó út. pl.:  $P[i,i] = \{ i, j, k, i \}$



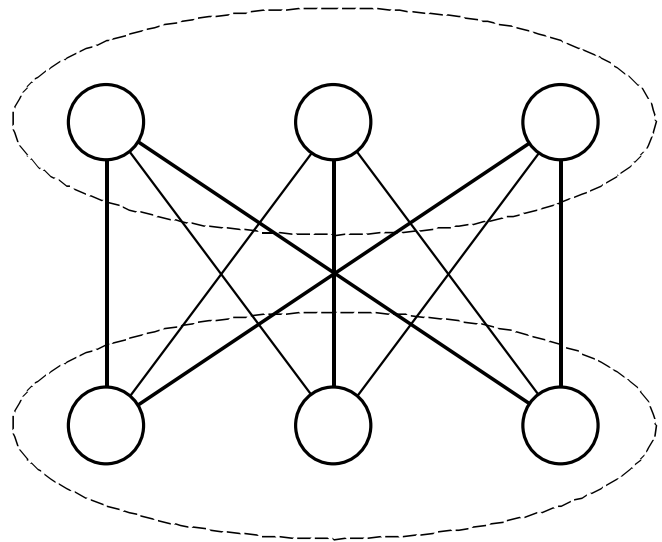
# GRÁF - topológiák

( Csomópontok és élek/utak viszonya )

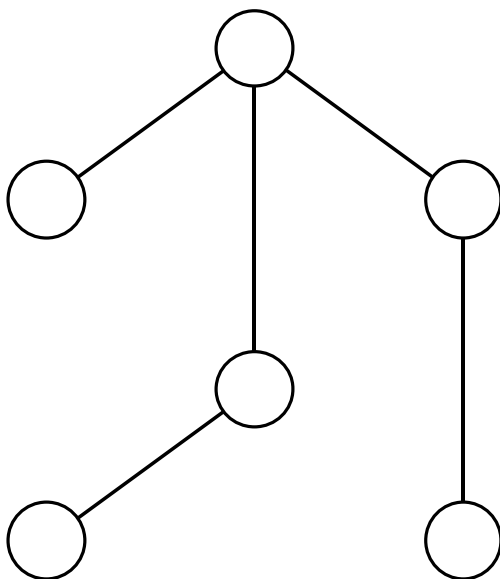
*"teljes"*



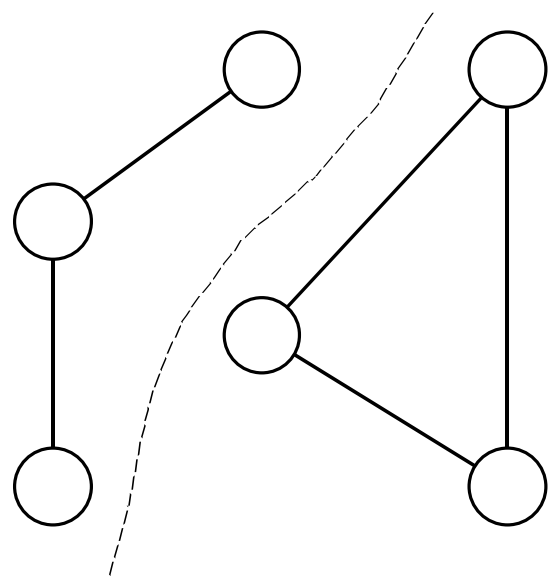
*"páros"*



*"fa"*

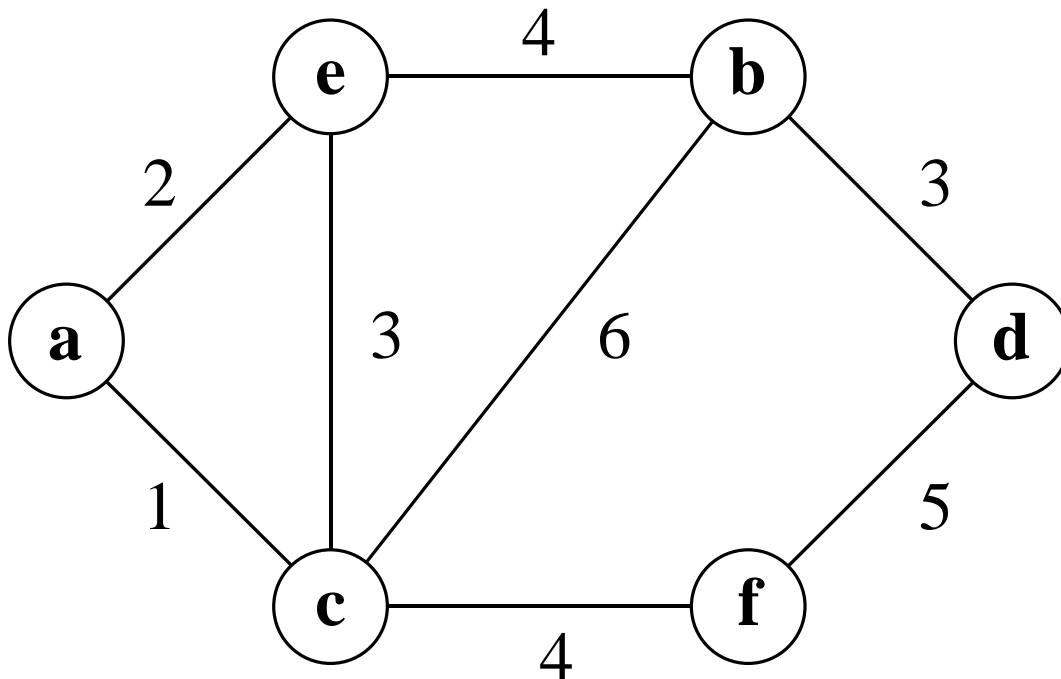


*"összefüggő  
nem összefüggő"*



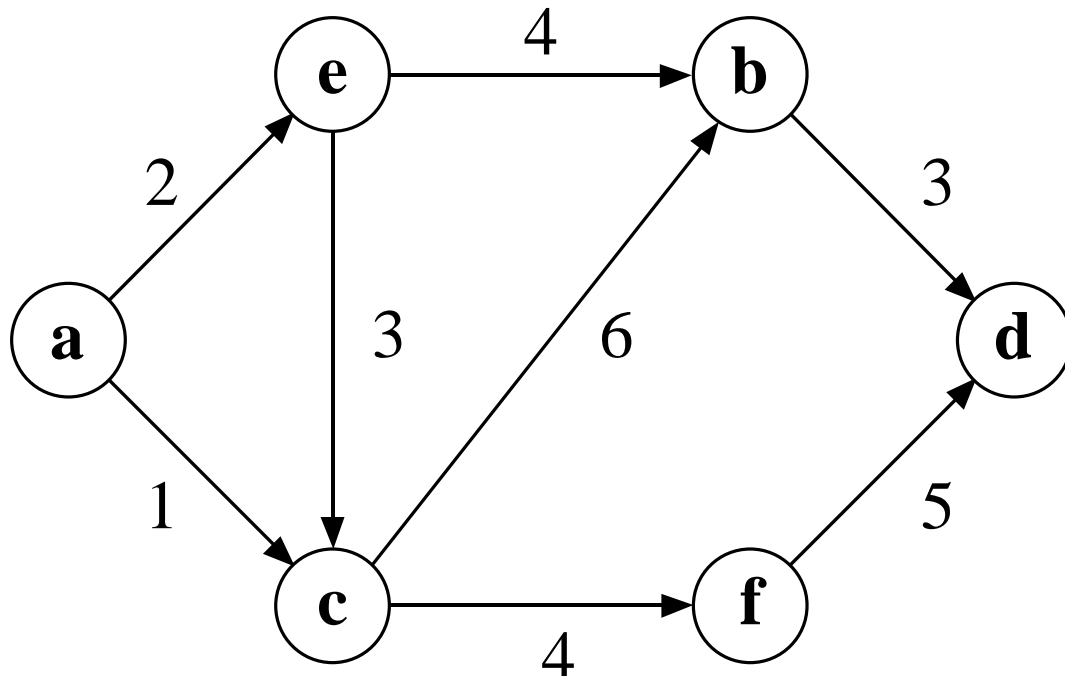


# Struktúra ("adjacencia") mátrix



	<b>a</b>	<b>b</b>	<b>c</b>	<b>d</b>	<b>e</b>	<b>f</b>				
<b>a</b>			1		2		<b>c</b>	<b>d</b>	<b>e</b>	<b>f</b>
<b>b</b>			6	3	4		+		+	
<b>c</b>	1	6			3	4	+	+	+	
<b>d</b>		3				5			+	+
<b>e</b>	2	4	3							+
<b>f</b>			4	5			+			
			<b>f</b>				+	+		

# Hálózat ( "Network" )



## Hálózat ( *mint gráf-technikai fogalom* ) :

Összefüggő súlyozott irányított gráf,  
egyetlen forrással és egyetlen nyelővel,  
az éleken nem-negatív súlyszámokkal.

## Hálózat ( *mint a gráf szinonímája* ) :

Gráf ... mindennemű előzetes szűkítő,  
avagy általánosító megkötés nélkül.

# Hálózati "problémák"

( leggyakoribb alap-feladatok )

- Útkeresés \*
- Integritás vizsgálat (összefüggőség)
- Hurok keresés
- Dominancia
- Út(variáns) számlálás
- Leghosszabb / legrövidebb út \*
- Súlypont / Centrum
- Maximális folyam / minimális vágás \*
- Potenciál feladatok
- :

\* *ú.n. irányított problémák*

# Idő-ütemterv hálók

## Gráf-technikai analógiák:

- Leghosszabb út keresése
- Potenciál feladatok

( *Valamennyi összetevőre szükség van, keressük a mértékadókat, illetve követjük az esetleges beavatkozások tovagyszerűző hatásait* )

## Hálós időtervezési technikák

( *rátrakódó algoritmusok, eltérő megfeleltetések* )

- PERT<sup>time</sup>
- CPM<sup>time</sup>
- CPM<sup>cost</sup>
- CPM<sup>létra</sup>
- MPM<sup>time</sup>/PDM<sup>time</sup>
- MPM<sup>cost</sup>
- GTM ( *Általános időmodell* )